12.5.1.1 сандық қатар, қатардың жинақталуы және жинақталмауы ұғымдарын білу;

12.5.1.2 жинақталатын қатарларға амалдар (қосу, санға көбейту) қолдану;

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n, \text{ мұндағы } u_n \in R,$$

түріндегі өрнек *сандық қатар* деп аталады. $u_1, u_2, \cdots, u_n \ldots$ сандары *қатардың мүшелері*, $u_n -$ саны қатардың жалпы мүшесі деп аталады.

1) Берілген мүшелер бойынша қатардың жалпы мүшесінің қарапайым формуласын жазыңыз:

a) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots;$

b) $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \cdots;$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \ldots;$

d) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \cdots.$

2) Белгілі a_n жалпы мүшесі бойынша қатардың алғашқы төрт мүшесін жазыңыз:

a) $a_n = \frac{3n-2}{n^2+1};$

b) $a_n = \frac{(-1)^n n}{2^n}.$

$S_1 = u_1, S_2 = u_1 + u_2, \ldots, S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ қосындылары *дербес қосындылар,* ал S_n – қатардың n-*ші дербес қосындысы* деп аталады. Егер $n \to \infty$ болғанда дербес қосындыларының S ақырлы шегі табылса, сандық қатар *жинақты* болады. Бұл шек жинақталатын қатардың *қосындысы* деп аталады. Егер дербес қосындылар тізбегінің шегі болмаса немесе ∞ тең болса, онда қатар *жинақсыз* деп аталады.

Мысал 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ қатары берілген. Қатардың жинақтылығын анықтап, қосындысын табыңыз.

Мысал2. Қатарларды жинақтылыққа зерттеңіз

	Формула	$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$
$S_1 =$			
$S_2 =$			
$S_3 =$			
…	…	…	…
$S_n =$			
$\lim_{n\to\infty} S_n =$			
Қорытынды			

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатарының жинақтылығын қарастырып, жинақталатын және жинақталмайтын қатарлардың мысалдарын келтір

Қосындысы мен оның жіктелуін сәйкестендіріңіз

$2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	$\frac{2}{1}+\frac{2}{2}+\frac{2}{3}+\cdots$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2(n+1)}$
$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+1}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\cdots$	$\sum_{n=1}^{\infty}-\frac{n}{2}$
$-2\sum_{n=1}^{\infty} n$	$-2-4-6-\cdots$	$\sum_{n=1}^{\infty}-2n$
$-\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} n$	$-\frac{1}{2}-\frac{2}{2}-\frac{3}{2}-\cdots$	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}$

«*қатардың с санына көбейтіндісі»* ұғымын түсіндіріңіз

Теорема 1. Егер (1) қатар жинақталса және S -ке тең болатын қосындысы бар болса, онда оның c санына көбейтіндісі де жинақталады және S –ке тең қосындысы бар болады, яғни

$$\sum_{n=1}^{\infty} cu_n = c\sum_{n=1}^{\infty} u_n$$

Осыдан, жинақталатын қатардың ортақ көбейткішін жақшаның сыртына шығаруға болады.

1) Жалпы мүшесі u_n және v_n болатын екі қатар берілсін:

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} v_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n + \cdots,$$

онда ортақ мүшесі $u_n + v_n$ болатын қатар осы қатарлардың қосындысы деп аталады, яғни

$$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + v_n) = (u_1 + v_1) + (u_2 + v_2) + \cdots + (u_n + v_n) + \cdots$$

Теорема 2. Екі жинақталатын қатарлардың қосындысы жинақталатын қатар болады, және оның қосындысы

$S' + S''$ тең, мұндағы S' және S''- қосылатын қатарлардың қосындылары, яғни

$$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + v_n) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n + \sum_{n=1}^{\infty} v_n$$

Осылайша жинақталатын қатарларды мүшелеп қосуға болады, ал теорема 1-ге сүйеніп азайтуға да болады:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n - v_n) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n - \sum_{n=1}^{\infty} v_n$$

Using Algebraic Properties of Convergent Series

Evaluate

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{3}{n(n+1)}+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right].$$

Evaluate $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{2^{n-1}}$.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n+2}.$$

a. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^{n+1}}{4^{n-1}}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty}e^{2n}$

Determine whether the series $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{-2}{5}\right)^{n-1}$ converges or diverges. If it converges, find its sum.

Use a geometric series to write $3.\overline{26}$ as a fraction of integers.

Write $5.2\overline{7}$ as a fraction of integers.