

Анықтама. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеу дегеніміз x тәуелсіз айнымалысың, y ізделінді функцияны және оның y' туындыларын байланыстыратын теңдеу.

$$f(x, y, y') = 0$$

түріндегі теңдеу бірінші ретті жалпы дифференциалдық теңдеу деп аталады (теңдеу толық болмауы мүмкін, яғни x немесе y жоқ).

Егер дифференциалдық теңдеу $f(x, y, y', y'') = 0$ түрінде болса, онда ол **екінші ретті дифференциалдық теңдеу** деп аталады.

Дифференциалдық теңдеудегі туындылар ең үлкенін **дифференциалдық теңдеудің реті** деп аталады.

Мынадай дифференциалдық теңдеулердің мысалдарын келтіріңіз.

$$y' = y; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y}; \quad xy' + y = y^2; \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 4y = 0 \quad \text{және т.б.}$$

мұндай дифференциалдық теңдеулердің мысалдарын келтіріңіз.

Анықтама. Дифференциалдық теңдеудегі белгісіз функция мен оның туындыларының орнына қойғанда бұл теңдеуді теңбе-теңдікке айналдыратын әрбір $y = \varphi(x)$ функциясын **дифференциалдық теңдеудің шешімі** деп атайды.

Оқушыларға келесі тапсырманы орындауды ұсыныңыз:

1-тапсырма. $y'' + y = 0$ дифференциалдық теңдеуі берілген.

- $y = \sin x$ функциясы осы теңдеудің шешімі болатындығын тексеріңіз.
- $y = 5 \sin x$ функциясы осы теңдеудің шешімі болатындығын тексеріңіз.
- $y = -0,2 \sin x$ функциясы осы теңдеудің шешімі болатындығын тексеріңіз.
- Берілген дифференциалдық теңдеудің шешімі бола алатын басқа да функцияларға мысал келтіріңіз.

Дифференциалдық теңдеудің жалпы және дербес шешімі арасындағы айырмашылықтарды анықтау үшін оқушылармен бірге келесі мысалдарды шешіңіз:

1- мысал. $y = e^{mx}$ функциясы $y'' - 4y' + 4y = 0$ дифференциалдық теңдеуінің шешімі болатындай m мәнін анықтаңыз.

2- мысал.

a) $y' = \sin x$ теңдеуін шешіңіз.

b) Егер $y(\pi) = 5$ болса, $y' = \sin x$ теңдеуді шешіңіз

Анықтама. $f(x, y, y') = 0$ бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі деп $y = \varphi(x, C)$ функциясымен анықталған барлық шешімдерінің жиынтығын айтады, мұндағы C - тұрақты.

Анықтама. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің дербес шешімі деп, кез келген тұрақты C -ның белгілі бір мәні бар жалпы шешімнен алынған шешімін айтады.

Оқушыларға келесі тапсырмаларды орындауды ұсыныңыз:

1 тапсырма. Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табыңыз:

a) $y' = e^{-3x}$; b) $y' = \frac{x}{2} + \operatorname{tg} x$; c) $e^{y'} = 1$; d) $\cos y' = 1$

2-тапсырма. $y(x) = e^x - x - 1$ функциясы $y' = x + y$ дифференциалдық теңдеуінің дербес шешімі болатындығын көрсетіңіз.

3-тапсырма. $y = Ce^{3x}$ функциясы $y' - 3y = 0$ дифференциалдық теңдеуінің жалпы шешімі болатындығын көрсетіңіз. Оның $y(1) = e^3$ шартын қанағаттандыратын дербес шешімін табыңыз.

Оқушылардың назарын дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі геометриялық тұрғыдан қарағанда, жазықтықта қисықтар үйірін беретіндігіне аударыңыз (бір C параметріне тәуелді).

Мысалы, $y' = 2x$ дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімі $y = x^2 + C$ формуласымен беріледі, мұндағы C – кез келген тұрақты, яғни $y = x^2$ параболасын Оу осі бойынша параллель көшіру арқылы пайда болған параболалар үйірі.