1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

a) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$; ***b***) $y' - 4y = 2e^{3x}$; ***c***) $y' + yctgx = cosx$;
d) $3x^2(x^3 + y)dx = dy$; ***e***) $y' + 2y\sin 2x = \sin x\cos x$;
f) $y' - y - xe^x = 0$; ***g***) $xy' = y + 2x^3$;
h) $y' - 2y = x$; ***i***) $x^2y' + xy + 2 = 0$.

Ответы:

a) $y = \left(\frac{x^2}{2} + C\right) \cdot e^{-x^2}$; **b)** $y = Ce^{4x} - 2e^{3x}$; ***c***) $y = \frac{C}{sinx} + \frac{sinx}{2}$;
d) $y = -x^3 - 1 + e^{x^3}$; ***e***) $y = \frac{1}{4} + Ce^{cos2x}$; ***f***) $y = e^x\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$;
g) $y = x^3 + C_1x$; ***h***) $-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}(1 + 2x) + Ce^{2x}$; ***i***) $y = -\frac{2\ln|x|}{x} + \frac{C}{x}$.

2. Решить задачу Коши.

a) $y' + \frac{y}{x} - 2e^{x^2} = 0,\ y(1) = e$; ***b***) $y' - ytgx = sinx, y(0) = 1$;
c) $(x + y^2)dy = ydx, \quad y(0) = 2$; ***d***) $y' + 5y = 2e^{-3x}, y(0) = 2$;
e) $y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^2}\ , y(1) = 2$.

Ответы:

a) $y = \frac{e^{x^2}}{x}$; **b)** $y = \frac{1}{3cosx}(4 - cos2x)$; ***c***) $x = y^2 - 2y$;
d) $y = e^{-3x} + e^{-5x}$; ***e***) $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}$.

Уровень В.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

a) $(4x\text{-}y^4)y' = 2y$; ***b)*** $(3y + 1)dx = (5y + 3x)dy$;
c) $(xy' - ln^2x)lnx = 3y$; ***d***) $(x + 2)dy = (3y + 2(x + 2)^5)dx$;
e) $y^3y' - x^2y^4 = x^2$; ***f***) $y' - 3x^2y = x^2y^4$;
g) $dy\big(x + x^3(y + 2)\big) = (y + 2)dx$; ***h***) $y' - 6xy = 6x\sqrt[3]{y^2}$;
i) $2y' = y^3(x^2 - 1)cosx - \frac{y}{x - 1}$; ***j***) $(x^4 + e^{-2y}) = 4x^3$;
k) $(\boldsymbol{y^2} - 1)dx - y\big[x + (y^2 - 1)\sqrt{x}\big]dy = 0$.

Ответы:

a) $x = -\frac{1}{4}y^4 + Cy^2, y = 0$;
b) $x = \frac{5}{9}(3y + 1)\ln|3y + 1| + \frac{5}{9} + C(3y + 1),\ 3y + 1 = 0$;
c) $y = \ln|\ln x| \cdot \ln^3 x + C\ln^3 x$; ***d***) $y = (x + 2)^5 + C(x + 2)^3,\ x = -2$;

$\boldsymbol{e})\ y^4 = Ce^{\frac{4}{3}x^3} - 1;\ \boldsymbol{f})\ y^{-3} = Ce^{-3x^3} - \frac{1}{3},\qquad y = 0;$

$\boldsymbol{g})\ \frac{1}{x^2} = \frac{C}{(y+2)^2} - \frac{2}{3}(y+2), y = -2,\ x = 0;\ \boldsymbol{h})\ y = \left(Ce^{x^2} - 1\right)^3, y = 0;$

$\boldsymbol{i})\ \frac{1}{y^2} = -(x^2 - 1)\sin x - (x-1)\cos x + C(x-1),\ y = 0;$

$\boldsymbol{j})\ x^4 = -\frac{1}{3}e^{-2y} + Ce^{y};\ \boldsymbol{k})\ 3\sqrt{x} = y^2 - 1 + C|y^2 - 1|^{\frac{1}{4}},\ x = 0,\ y = \mp 1.$