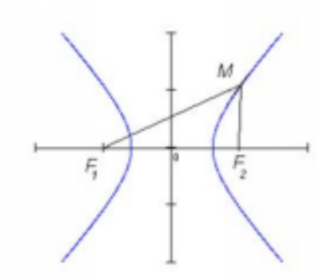
<LT> **6.3 Гипербола элементтері** </LT>

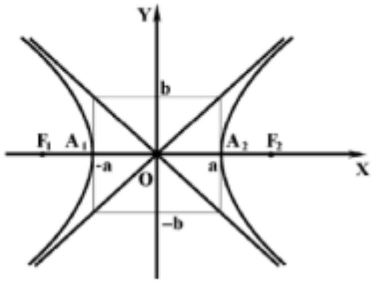
<KW> **гипербола, гиперболаның фокустары, кіші және үлкен жарты осьтері, радиус-векторлар, гиперболаның эксцентриситеті, директрисасы, асимптоталары** </KW>

<MAIN> Белгіленген екі нүктеден арақашықтықтарының айырмасы тұрақты шама болатын жазықтықтағы нүктелердің геометриялық орны ***гипербола*** (1-сурет) деп аталады. Көрсетілген айырма абсолют мәні бойынша алынады және $2a$ деп белгіленеді. Гиперболаның фокустарын $F_1(-c,0)$ және $F_2(c,0)$ әріптерімен белгілейді, олардың арақашықтығы $2c$ тең. Анықтама бойынша $2a<2c$, яғни $a<c$.

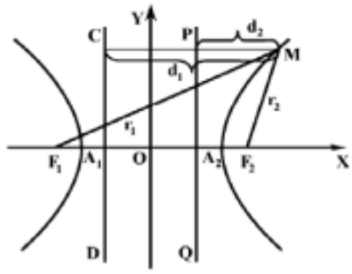
<IMG>



1-сурет



2-сурет



3-сурет

</IMG>

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ — гиперболаның канондық теңдеуі, мұндағы $b=\sqrt{c^2-a^2}$

$Ox\quad y$ координаттық жүйесінің координаттық осьтері гиперболаның симметрия осьтері немесе гипербола осьтері деп аталады, ал координаттар басы симметрия центрі болады. Гиперболамен симметрия осі қиылысқан A_1, A_2 нүктелері гиперболаның ***төбелері*** (2-сурет) деп аталады. Негізгі тіктөртбұрыш диагональдарының шексіз жалғасы гипербола асимптоталары деп аталады: $y=\frac{b}{a}x$, $\quad y=-\frac{b}{a}x$.

$A_1A_2=2a$ — гиперболаның ***нақты осі***; (a — нақты жарты ось)

$B_1B_2=2b$ — гиперболаның ***жорамал осі***; (b — жорамал жарты ось)

Гиперболаның ***эксцентриситеті*** — фокустардың арақашықтығы мен нақты осінің қатынасы, яғни $e=\frac{c}{a}>1$. Эксцентриситет гиперболаның формасын сипаттайды.

$|F_1M|=r_1$ және $|F_2M|=r_2$ — M нүктесінің ***фокустық радиустары*** немесе радиус-векторлары (3-сурет) деп аталады. $\begin{cases} r_1=ex+a \\ r_2=ex-a \end{cases}$ — гиперболаның оң жақ тармағы үшін және

$\begin{cases} r_1=-ex+a \\ r_2=-ex-a \end{cases}$ — сол жақ тармағы үшін.

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ гиперболасы $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ гиперболасымен түйіндес деп аталады.

Жарты осьтері тең (a=b) болатын гипербола теңбүйірлі деп аталады.

Гиперболаның оны қиятын осіне перпендикуляр және центрден $\frac{a}{e}$ қашықтықта орналасатын екі түзу гиперболаның ***директрисалары*** деп аталады, теңдеулері $x=\frac{a}{e}$ және

$x=-\frac{a}{e}$ анықталады. Әрбір директрисаның келесі қасиеті бар: егер r шамасы M нүктесінің фокустық радиусы, ал d сол нүктеден осы фокусқа сәйкес директрисаға дейінгі қашықтық болса, онда $\frac{r}{d}$ қатынасы гипербола эксцентриситетіне тең тұрақты шама болады: $\frac{r}{d}=e$.

</MAIN>

<ACT> 6.1. Берілген гиперболалардың жарты осьтерін анықта: </ACT>

1) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$; 2) $\frac{x^2}{9}-y^2=1$; 3) $x^2-16y^2=16$; 4) $x^2-4y^2=1$;

5) $x^2-5y^2=25$; 6) $4x^2-9y^2=25$; 7) $9x^2-16y^2=1$; 8) $144x^2-y^2=144$.

<ACT> 6.2. $81x^2-25y^2=225$ гиперболаның 1) жарты осьтерін, 2) фокустарын; 3) эксцентриситетін; 4) директрисаларының теңдеулерін жаз. </ACT>

<ACT> 6.3. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ гиперболаның асимптоталары және $9x+2y-24=0$ түзуі арқылы құрылған үшбұрыштың ауданын есепте. </ACT>

<ACT> 6.4. $\frac{x^2}{80}-\frac{y^2}{20}=1$ гиперболаның бойында жатқан $M_1(10;-\sqrt{5})$ нүктесі берілген. M_1 нүктесінің фокустық радиустары жататын түзулердің теңдеулерін құр. M_1 нүктесінің фокустық радиусы орналасқан сызықтар теңдеуін жаз. </ACT>

<ACT> 6.5. $M_1\left(-5;\frac{9}{4}\right)$ нүктесінің $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ гипербола бойында жататынына көз жеткізіп, M_1 нүктесінің фокустық радиустарын анықта. </ACT>

<PRA> Түйіндес гиперболаның канондық теңдеуін, суретін және элементтерін анықтап, кестені дәптерге сызып, толтыр.

Сызбасы	Канондық теңдеуі	Осьтері	Фокустары	Эксцентриситеті	Директрисасы

</PRA>

<ACT> 6.6. $81x^2-25y^2=-225$ гиперболаның 1) жарты осьтерін, 2) фокустарын; 3) эксцентриситетін; 4) директрисаларының теңдеулерін жаз. </ACT>

<ACT> 6.7. $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$ гиперболаның асимптоталарын және фокустарын сал.</ACT>

<EXT> 6.8. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{24}=1$ гиперболаның бойынан абсциссасы 10, ординатасы оң сан болатын нүкте алынған. Осы нүктенің фокустық радиустарын және олардың арасындағы бұрышты есепте. </EXT>

<EXT> 6.9. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ гиперболаның бойындағы нүктені тап:

1) фокустық радиустары бір-біріне перпендикуляр болатын;
2) сол жақ фокустан арақашықтығы оң жақ фокусқа қарағанда 2 есе артық.</EXT>

<EXT> 6.10. Оң жақ фокусқа дейінгі арақашықтығы 4,5-ке тең болатын $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ гиперболаның нүктелерін тап. </EXT>

<EXT> 6.11. Сол жақ фокусқа дейінгі арақашықтығы 7-ге тең болатын $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ гиперболаның нүктелерін тап. </EXT>

Бұл теңдеу гиперболаның канондық теңдеуі деп аталады.
Гиперболаға $M_0(x_0, y_0)$ нүктеде жүргізілген ***жанаманың теңдеуі*** деп

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

түрінде берілген теңдеуді айтады. </MAIN>

<ACT> 6.1. Центрі координаттар басында, ал фокустары абсцисса осінде орналасқан гипербола теңдеулерін берілген параметрлер бойынша жаз:

1) жарты осьтері 5 және 4;
2) бір осі $2b=8$, ал фокустар арақашықтығы $2c=10$;
3) фокустар арақашықтығы $2c=6$, ал эксцентриситеті $e = \frac{3}{2}$;
4) бір осі $2a=16$, ал эксцентриситеті $e = \frac{5}{4}$;
5) асимптота теңдеулері $y = \pm\frac{4}{3}x$, ал фокустар арақашықтығы $2c=20$;
6) директрисалар арақашықтығы $22\frac{2}{13}$, ал фокустар арақашықтығы $2c=26$;
7) директрисалар арақашықтығы $\frac{32}{5}$ және $2b=6$;
8) директрисалар арақашықтығы $\frac{8}{3}$, ал эксцентриситеті $e = \frac{3}{2}$.</ACT>

<ACT> 6.2. Центрі координаттар басында, ал фокустары ордината осінде орналасқан гипербола теңдеулерін берілген параметрлер бойынша жаз:

1) $a=6$, $b=18$ (абсцисса осінде орналасқан гипербола жарты осін a әрпімен белгіле);
2) фокустар арақашықтығы $2c=10$, ал эксцентриситеті $e = \frac{5}{3}$;
3) асимптота теңдеулері $y = \pm\frac{12}{5}x$ және төбелер арақашықтығы 5;
4) асимптота теңдеулері $y = \pm\frac{4}{3}x$ және директрисалар арақашықтығы $6\frac{2}{5}$.</ACT>

<ACT> 6.3. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ гиперболасының $M_0\left(\frac{8}{3}; \sqrt{7}\right)$ нүктесінен өтетін жанама түзудің теңдеуін тап.</ACT>

<ACT> 6.4. $10x-3y+9=0$ түзуіне параллель болатын $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$ гиперболасының жанамасын тап.</ACT>

<ACT> 6.5. $x^2 - y^2 = 16$ гиперболасына $B(-1;-7)$ нүктесінен жүргізілген жанама теңдеулерін жаз.</ACT>

<ACT> 6.6. $B(1;-10)$ нүктесінен $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$ гиперболасына жанамалар жүргізілген. Жанасу нүктелері құрайтын хорданың теңдеуін жаз.</ACT>