<LT>**6.1 Эллипс элементтері**</LT>

<KW> **Эллипс, эллипстің фокустары, кіші және үлкен жарты осьтері, радиус-векторлар, эллипстің эксцентриситеті, директрисасы** </KW>

<KQ>Конус тәрізді колбаны көлбегенде колбадағы судың беті қандай формаға ие болады? </KQ>

<MAIN>

Координат жүйесінде $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ екінші дәрежелі теңдеумен сипатталатын сызықтарды екінші ретті қисықтар деп атайды. Оларға шеңбер, эллипс, гипербола, парабола жатады. Сен 8-сыныпта шеңбер жайлы оқып үйрендің. Енді осы тарауда қалған екінші ретті қисықтармен танысасың.

Белгіленген екі нүктеден арақашықтықтар қосындысы тұрақты болатын жазықтықтағы нүктелердің геометриялық орны ***эллипс*** (1-сурет) деп аталады.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ — эллипстің канондық теңдеуі, мұндағы $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

$F_1(-c,0)$ және $F_2(c,0)$ — эллипстің ***фокустары*** деп аталады.

Эллипстің координата осьтерімен қиылысу нүктелерін A_1, A_2, B_1, B_2 эллипстің ***төбелері*** деп атайды. (2-сурет)

$A_1A_2 = 2a$ — эллипстің ***үлкен осі***; (a — үлкен жарты ось)

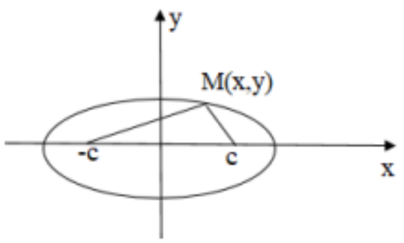
$B_1B_2 = 2b$ — эллипстің ***кіші осі***; (b — кіші жарты ось)

Эллипстің ***эксцентриситеті*** — фокустардың арақашықтығы мен үлкен осінің қатынасы, яғни $e = \frac{c}{a} < 1$. Эксцентриситет эллипстің сығылу дәрежесін анықтайды.

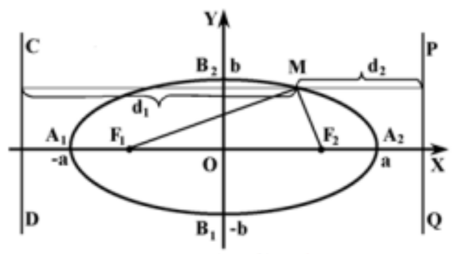
$|F_1M| = r_1$ және $|F_2M| = r_2$ M нүктесінің ***фокустық радиустары*** (радиус-векторлар) деп аталады. Олар $r_1 = a + ex$ және $r_2 = a - ex$ формулалар арқылы есептелінеді.

Кіші оське параллель және одан $\frac{a}{e}$ қашықтықта орналасатын екі түзу эллипстің ***директрисалары*** деп аталады, теңдеулері $x = \frac{a}{e}$ және $x = -\frac{a}{e}$ анықталады. *CD* және *PQ* директрисалар. Әрбір директрисаның келесі қасиеті бар: егер r_1 немесе r_2 шамасы M нүктесінің фокустық радиустары, ал d_1 немесе d_2 сол нүктеден фокусқа сәйкес директрисаға дейінгі арақашықтығы болса, онда $\frac{r_1}{d_1}$ немесе $\frac{r_2}{d_2}$ қатынастары эллипс эксцентриситетіне тең тұрақты шама болады: $\frac{r_1}{d_1} = e$ және $\frac{r_2}{d_2} = e$. </MAIN>

<IMG>



1-сурет.



2-сурет. Эллипс ($a>b$) </IMG>

<ACT> 6.1. Берілген эллипстердің жарты осьтерін анықта: </ACT>

1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$; 2) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$; 3) $x^2 + 16y^2 = 16$; 4) $x^2 + 4y^2 = 1$;

5) $x^2 + 5y^2 = 25$; 6) $4x^2 + 9y^2 = 25$; 7) $9x^2 + 16y^2 = 1$; 8) $144x^2 + y^2 = 144$.

<ACT> 6.2. $9x^2+25y^2=225$ эллипсінің 1) жарты осьтерін, 2) фокустарын; 3) эксцентриситетін; 4) директрисаларының теңдеулерін жаз. </ACT>

<ACT> 6.3. Екі төбесі $x^2+5y^2=20$ эллипсінің фокустарында, ал қалған екеуі кіші осьтің екі ұшында орналасқан төртбұрыштың ауданын есепте. </ACT>

<ACT> 6.4. Эллипс эксцентриситеті $e=\frac{2}{3}$, эллипстегі M нүктесінің фокустық радиусы 10 болсын. M нүктесінен осы фокуспен біржақты директрисасына дейінгі арақашықтықты тап. </ACT>

<ACT> 6.5. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ эллипсіндегі $M_1(2;-\frac{5}{3})$ нүктесінің фокустық радиустары жататын түзу теңдеулерін тап. </ACT>

<PRA> Эллипстің (a<b) канондық теңдеуін, суретін және элементтерін анықтап, кестені дәптерге сызып, толтыр.

Сызбасы	Канондық теңдеуі	Осьтері	Фокустары	эксцентриситеті	директрисасы

</PRA>

<ACT> 6.6 Эллипс $9x^2+5y^2=45$ теңдеуімен берілген. Оның 1) жарты осьтерін; 2) фокустарын; 3) эксцентриситетін; 4) директриссаларының теңдеулерін тап. </ACT>

<ACT> 6.7. Екі төбесі $9x^2+5y^2=1$ эллипсінің фокустарында, ал қалған екеуі кіші осьтің екі ұшында орналасқан төртбұрыштың ауданын есепте. </ACT>

<EXT> 6.8. Эллипс эксцентриситеті $e=\frac{1}{3}$, центрі координаттар басымен беттеседі, ал фокустарының бірі $F(-2;0)$. Абсциссасы 2-ге тең эллипстің M_1 нүктесінен берілген фокуспен біржақты директрисасына дейінгі арақашықтықты тап. </EXT>

<EXT> 6.9. Эллипс эксцентриситеті $e=\frac{1}{2}$, центрі координаттар басымен беттеседі, ал директрисаларының бірі x=16 теңдеуімен берілген. Абсциссасы 4-ке тең эллипстің M_1 нүктесінен берілген директрисасымен біржақты фокусқа дейінгі арақашықтықты тап. </EXT>

<EXT> 6.10. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ эллипсіндегі оң жақтағы фокусқа дейінгі арақашықтығы 14-ке тең болатын нүктелерді анықта. </EXT>

</MAIN>

<ACT> 6.1. Центрі координаттар басында, ал фокустары абсцисса осінде орналасқан эллипс теңдеулерін берілген параметрлер бойынша жаз:
1) жарты осьтері 5 және 2;
2) үлкен осі 10, ал фокустар арақашықтығы 2c=8;
3) кіші осі 24, ал фокустар арақашықтығы 2c=10;
4) фокустар арақашықтығы 2c=6, ал эксцентриситеті $e=\frac{3}{5}$;
5) үлкен осі 20, ал эксцентриситеті $e=\frac{3}{5}$;
6) кіші осі 10, ал эксцентриситеті $e=\frac{12}{13}$;
7) директрисалар арақашықтығы 5, ал фокустар арақашықтығы 2c=4;
8) үлкен осі 8, ал директрисалар арақашықтығы 16;
9) кіші осі 6, ал директрисалар арақашықтығы 13;
10) директрисалар арақашықтығы 32, ал эксцентриситеті $e=\frac{1}{2}$.</ACT>

<ACT> 6.2. Центрі координаттар басында, ал фокустары ордината осінде орналасқан эллипс теңдеулерін берілген параметрлер бойынша жаз:
1) жарты осьтері 7 және 2;
2) үлкен осі 10, ал фокустар арақашықтығы 2c=8;
3) кіші осі 16, ал эксцентриситеті $e=\frac{3}{5}$;
4) фокустар арақашықтығы 2c=24, ал эксцентриситеті $e=\frac{12}{13}$;