

# Комплекс сандардың геометриялық интерпретациясы

---

12.1.1.2 келесі қажетті терминологияны игеру:  
нақты бөлімі, жорамал бөлімі, модуль, аргумент,  
таза жорамал сандар, түйіндес сандар;

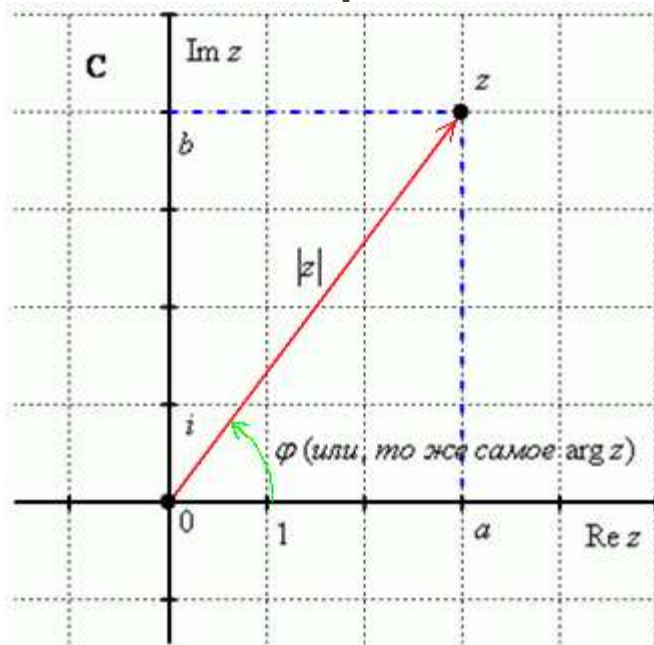
# бағалау критерийлері

---

Комплекс санның нақты бөлімі, жорамал бөлімі, модулі, аргументі, таза жорамал сан, түйіндес сан ұғымдарын біледі

Комплекс санның нақты бөлімін, жорамал бөлімін, модулін, аргументін, түйіндес санын табады

# Комплекс сандардың геометриялық интерпретациясы



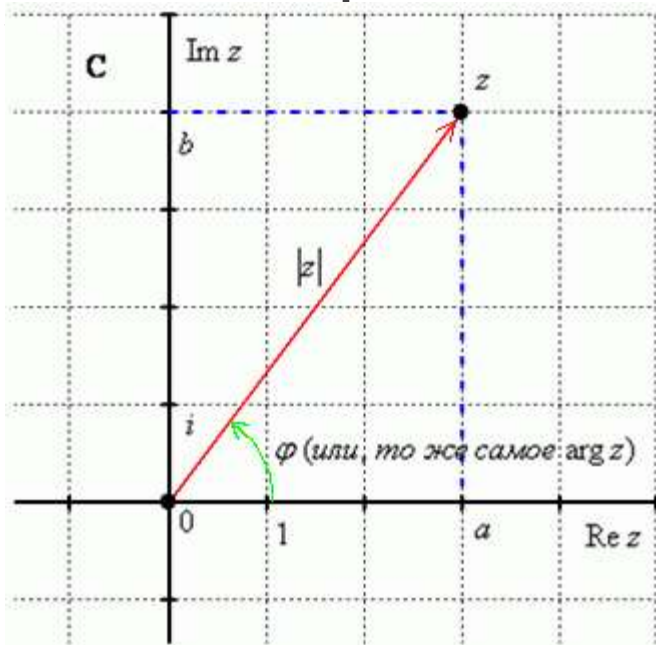
Арган диаграмасында комплекс сан элементтерін қарастырайық:  
Абсцисса- к.с нақты бөлігі;  
Ордината – к.с. Жорамал бөлігі

Комплекс санның **модулі** дегеніміз координата бас нүктесінен берілген нүктеге дейінгі ара қашықтық.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Яғни комплекс сан нүктесінің радиус векторының ұзындығы

# Комплекс сандардың геометриялық интерпретациясы



Комплекс санның **аргументі** – нақты осьтің оң бағыты мен радиус вектор арасындағы бұрыш  
 $z = 0$  нүктесі үшін аргумент анықталмайды  
 $z = x + yi$  саны үшін аргумент формуласы:

$$\varphi = \arg z; \quad -\pi < \arg z \leq \pi$$

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{x}{|z|}, \\ \sin \varphi = \frac{y}{|z|}, \end{cases}$$

$$\varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & \text{если } x > 0, \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \pi, & \text{если } x < 0, y > 0, \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \pi, & \text{если } x < 0, y < 0 \end{cases}$$

Егер  $a = 0$  болса, онда  $bi$  – таза жорамал сан алынады;

**Есте сақтаңыз!!!** Таза жорамал сан нақты бөлігі жоқ комплекс сан болып табылады ( $\operatorname{Re}(z) = 0$ ).

---

$a+bi$  және  $x+yi$  комплекс сандары берілген.

Қандай жағдайда олар **тең** болады?

Қандай жағдайда олар **қарама-қарсы** болады?

Оқушыларды **түйіндес** комплекс сан ұғымына әкеліңіз.

• Егер  $b = 0$ , онда  $a$  – нақты саны алынады;

• Егер,  $a = b = 0$ , онда  $0$  алынады.

Комплекс сандар үшін «үлкен», «кіші» қатынастары орындалмайды.

$a+bi$  және  $a-bi$  комплекс сандары **комплексті-түйіндес** деп аталады.

Комплексті-түйіндес санның белгіленуі:

$$\bar{z} \text{ немесе } z^*$$

# Есептер:

---

Келесі сандарды Арган диаграммасында белгілеп аргументін анықтаңыз:

$$\begin{array}{cccc} 2 & -1 & -i & 2i \\ 3 & -0,5 & -4i & 2,5i \end{array}$$

*Осы сандардың аргументі бойынша қорытынды жасаңыз*

# Қорытынды

---

Оң нақты санның аргументі 0-ге тең;

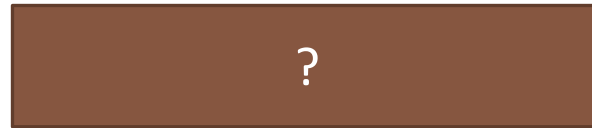
Теріс нақты санның аргументі  $\pi$ -ге тең;

Жорамал бөлігі оң сан болатын таза жорамал сан аргументі  $\frac{\pi}{2}$ -ге тең.

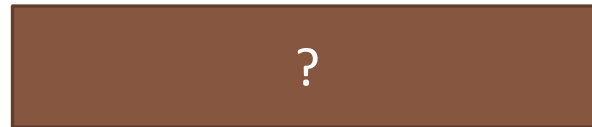
Жорамал бөлігі теріс сан болатын таза жорамал сан аргументі  $-\frac{\pi}{2}$ -ге тең.

# Complex versus imaginary numbers

**Imaginary number:** of form



**Complex number:** of form



? part

? part


$$3 + 4i$$



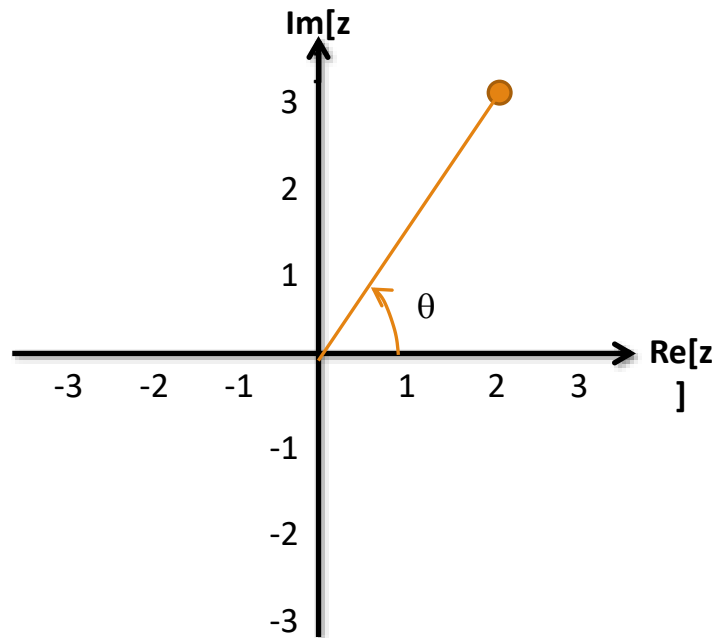
# Check your Understanding

$z$	$ z $	$\arg(z)$
1	?	?
-i	?	?
-1 + i	?	?
-5 - 2i	?	?

# Argument and Modulus

In FP2, you'll encounter something called '**polar** coordinates'. This is an alternative way of representing coordinate, which instead of using the (x,y) position (known as a **Cartesian** coordinate), uses the distance from the origin and the angle.

*(Don't write anything down yet!)*



$$z = 2 + 3i$$

Distance from origin:

?

Angle: (anticlockwise from the real axis)

?

# Examples

Determine the modulus and argument of:

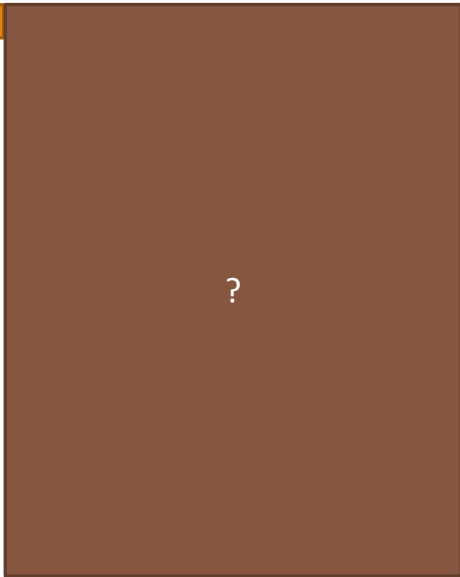
(a)  $5 + 12i$

(b)  $-1 + i$

(c)  $-2i$

(d)  $-1 - 3i$

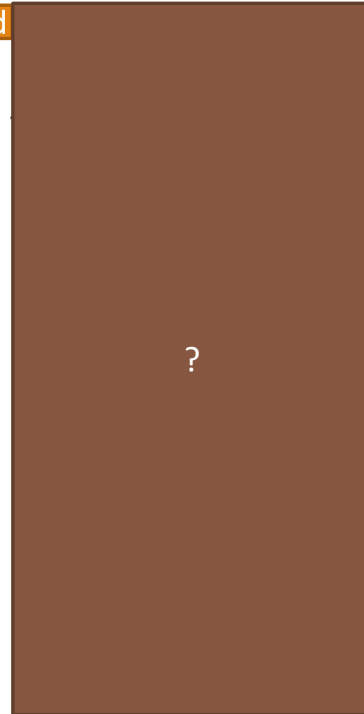
a



b



d



c



# Есептер

Келесі комплекс сандардың модулі мен аргументін табыңыз(аргументті радианмен көрсетіңіз):

(i) 1

(ii)  $-2$

(iii)  $3i$

(iv)  $-4i$

(v)  $1 + i$

(vi)  $-5 - 5i$

(vii)  $1 - \sqrt{3}i$

(viii)  $6\sqrt{3} + 6i$

(ix)  $3 - 4i$

(x)  $-12 + 5i$

(xi)  $4 + 7i$

(xii)  $-58 - 93i$

Cambridge International AS and A Level Mathematics Pure Mathematics 2 and 3  
EXERCISE 11E, 2

# Есептер

Келесі комплекс сандардың модулі мен аргументі берілген, комплекс санды алгебралық түрде жазыңыз:

$$(i) |z| = 2, \arg z = \frac{\pi}{2}$$

$$(iii) |z| = 7, \arg z = \frac{5\pi}{6}$$

$$(v) |z| = 5, \arg z = -\frac{2\pi}{3}$$

$$(ii) |z| = 3, \arg z = \frac{\pi}{3}$$

$$(iv) |z| = 1, \arg z = -\frac{\pi}{4}$$

$$(vi) |z| = 6, \arg z = -2$$

Cambridge International AS and A Level Mathematics Pure Mathematics 2 and 3  
EXERCISE 11E, 3