

17. Дано уравнение

$$2z^3 + pz^2 + qz + 16 = 0, \quad p \in R, q \in R.$$

Известно, что α, β и γ - корни кубического уравнения.

(а) Если известно, что $\alpha = 2(1 + i\sqrt{3})$, найди β и γ . Ответ запиши в тригонометрической форме.

(б) Найди значения p и q .

18. Дано комплексное число $z = \frac{6 - 2i}{1 - 2i}$.

(а) Приведи z к виду $x + iy$, где $x \in R, y \in R$.

(б) Найди модуль и аргумент комплексного числа z .

(с) Приведи z к виду $|z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, где $|z|$ - модуль z , а φ - аргумент комплексного числа z . <ACT>

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)).$$

Пример. Найди произведение двух комплексных чисел:

$$z_1 = 2 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{15} + i \sin \frac{\pi}{15} \right) \text{ и } z_2 = 4 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{5} - i \sin \frac{2\pi}{5} \right).$$

<ACT> 1. Даны комплексные числа $z = 2 \cdot (\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$ и $w = 14 \cdot (\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$.

Найди $z \cdot w$. Ответ запиши в алгебраической форме.

2. Найди произведение двух комплексных чисел:

$$a = 3 \cdot (\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) \text{ и } b = 2 \cdot (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ).$$

Ответ запиши в алгебраической форме.

3. Найди ошибку:

$$\begin{aligned} & 3(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \cdot 8 \left(\cos \frac{7\pi}{4} - i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = 3 \cdot 8 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \left(\cos \frac{7\pi}{4} - i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = \\ & 24 \cdot \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{4} \right) \right) = 24 \cdot \left(\cos \frac{25\pi}{12} + i \sin \frac{25\pi}{12} \right) = 24 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right). \end{aligned}$$

4. Вычисли:

$$1) 6 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \frac{1}{3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right);$$

$$2) 0,3 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{12} \right) \right) \cdot 20 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right).$$

.....

6. Найди произведение комплексных чисел:

$$1) 3(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) \cdot \frac{5}{8}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \cdot 32(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ);$$

$$2) 3(\cos \pi + i \sin \pi) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right) \cdot 6 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$3) \frac{2}{7}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) \cdot 1,75 \left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7} \right) \cdot 4 \left(\cos \frac{\pi}{8} - i \sin \frac{\pi}{8} \right);$$

$$4) 18(\cos 270^\circ - i \sin 270^\circ) \cdot 0,25(\sin 30^\circ + i \cos 30^\circ) \cdot 10(\cos 115^\circ + i \sin 115^\circ). <ACT>$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta)).$$

- 3) $\left(2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)\right) : \left(4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)\right)$;
- 4) $\left(4\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)\right) : \left(\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)\right)$;
- 5) $\left(4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right) : \left(\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

4. Преобразуй к алгебраической форме комплексного числа:

- 1) $4(\cos 27^\circ + i\sin 27^\circ) : 0,5(\cos(-62^\circ) + i\sin(-62^\circ)) : 2(\cos 44^\circ + i\sin 44^\circ)$;
- 2) $12(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi)) : 2\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right) : 3\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)\right)$;
- 3) $0,54(\cos 315^\circ + i\sin 315^\circ) : \frac{3}{100}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right) : 9\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$;
- 4) $84(\sin 50^\circ + i\cos 50^\circ) : 112(\cos 135^\circ - i\sin 135^\circ) : 0,25(\cos 25^\circ + i\sin 25^\circ)$. <ACT>

<ACT> 1. Найди произведение и частное двух комплексных чисел в тригонометрической форме:

- 1) $z_1 = 3i$ и $z_2 = -1 + i$;
- 2) $z_1 = 5$ и $z_2 = \sqrt{3} - i$.

2. Выполни умножение комплексных чисел: $\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \cdot (2 + 2\sqrt{3}i)$.

3. Выполни деление комплексных чисел: $(10 + 10i) : \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$.

4. Даны комплексные числа: $z_1 = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ и $z_2 = 2\sqrt{2}i$.

(a) Запиши $z_1 = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ и $z_2 = 2\sqrt{2}i$ в тригонометрической форме.

(b) Найди произведение $z_1 \cdot z_2$.

(c) Найди частное $\frac{z_1}{z_2}$.

(d) Найди частное $\frac{z_2}{z_1}$.

5. Преобразуй к алгебраической форме комплексного числа:

- 1) $15(\cos 118^\circ + i\sin 118^\circ) : [0,4(\cos 316^\circ + i\sin 316^\circ) \cdot 3(\cos(-108^\circ) + i\sin(-108^\circ))]$;
- 2) $\left[7(-2 + 2i) : \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right] \cdot 12\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;
- 3) $(\cos 300^\circ - i\sin 300^\circ) \cdot [0,125(-2 - 2\sqrt{3}i) : \frac{1}{4}\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right)]$;
- 4) $[84(\cos 412^\circ + i\sin 412^\circ) \cdot 0,05(\sqrt{2} - \sqrt{6}i)] : 10\sqrt{2}(\sin 68^\circ + i\cos 68^\circ)$. <ACT>