

<ACT> 7. Найди комплексное число z удовлетворяющее следующему условию, и соответствующую ему точку комплексной плоскости.

- 1) $z(-5 + 3i) = 4 - 6i$;
- 2) $3 + i = z(2 + i)$;
- 3) $zi = 4 - 3i$;
- 4) $-7 - 3,5i = z(1 + i)$;
- 5) $4 + i = z(5 + i)$;
- 6) $zi = -7 - 2i$;
- 7) $5 + 2i = z(2 - 6i)$;
- 8) $z(2 + 3i) = 7 + 6i$.</ACT>

<ACT> 5. Даны комплексные числа $z = 1 + i$ и $w = -6 + 4i$. Изобрази следующие числа на диаграмме Аргана.

- 1) z ;
- 2) \bar{z} ;
- 3) w ;
- 4) \bar{w} ;
- 5) $2\bar{z} + w$;
- 6) $\frac{1}{2}z\bar{w}$;
- 7) $\frac{w}{z}$;
- 8) $\frac{z-w+3}{z+1}$;
- 9) $\frac{i\bar{w}}{z}$;
- 10) $\frac{\bar{w}}{z^2}$.</ACT>

1. Найди модуль и аргумент комплексных чисел:

- 1) $7\left(\cos\frac{\pi}{14} + i\sin\frac{\pi}{14}\right)$;
- 2) $\frac{\cos 29^\circ + i\sin 29^\circ}{3}$;
- 3) $4\left(\cos\frac{\pi}{23} - i\sin\frac{\pi}{23}\right)$;
- 4) $-16(\cos(-2) + i\sin(-2))$.

2. Запиши комплексные числа в виде $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$:

- 1) 1;
- 2) -3 ;
- 3) $4i$;
- 4) $-5i$;
- 5) $8 + 8i$;
- 6) $-3 - 3i$;
- 7) $1 - \sqrt{3}i$;
- 8) $7\sqrt{3} + 7i$;
- 9) $5 - 6i$;
- 10) $-10 + 3i$;
- 11) $5 + 9i$;
- 12) $-16 - 47i$.

При округлении значений аргументов комплексных чисел запиши в градусах с точностью до трех значащих цифр.

3. Запиши комплексные числа в алгебраической форме, если даны модули и аргументы комплексных чисел:

- 1) $|z| = 4, \arg z = \frac{\pi}{2}$;
- 2) $|z| = 5, \arg z = \frac{\pi}{6}$;
- 3) $|z| = 8, \arg z = -\frac{2\pi}{3}$;
- 4) $|z| = 11, \arg z = \frac{\pi}{3}$;
- 5) $|z| = 18, \arg z = -\frac{\pi}{4}$;
- 6) $|z| = \frac{11}{23}, \arg z = 45^\circ$;
- 7) $|z| = \frac{2\sqrt{3}}{4}, \arg z = 0$;
- 8) $|z| = \frac{\sqrt{29}}{17}, \arg z = 420^\circ$;
- 9) $|z| = \frac{11}{23}, \arg z = -330^\circ$.

4. Известно, что

$$z = \operatorname{tg}\alpha + i, \text{ где } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ и } w = 4\left(\cos\frac{\pi}{10} + i\sin\frac{\pi}{10}\right).$$

Найди:

- 1) $|z|$;
- 2) $|zw|$;
- 3) $\arg z$.

$$z = \sin^2 \alpha + i \sin \alpha \cos \alpha, \text{ где } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Найди:

1) $|z|$;

2) $\arg z$.

6. Запиши в тригонометрической форме число $w = \frac{-9 + 3i}{1 - 2i}$.

7. Упрости:

$$2i(i - 1) + (\sqrt{3} - i)^3 + (1 + i)(1 - i).$$

Ответ запиши в тригонометрической форме.

8. Запиши в тригонометрической форме число:

$$2 \left(\sin \frac{\pi}{5} - i \cos \frac{\pi}{5} \right).$$

<DVK> При записи тригонометрической формы комплексного числа используется следующая запись:

$$100 \left(\cos \frac{\pi}{58} + i \sin \frac{\pi}{58} \right) = 100 \operatorname{cis} \frac{\pi}{58}. </DVK>$$

9. Запиши в алгебраической форме комплексное число:

$$\sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{7\pi}{4}.$$

10. Представь в тригонометрической форме комплексные числа:

1) $-4(\cos \alpha - i \sin \alpha)$;

2) $4(\cos \alpha - i \sin \alpha)$.

11. Дано уравнение

$$(x + iy)(2 + i) = 3 - i, \quad x \in R, y \in R.$$

(a) Найди значения x и y .

(b) Запиши в тригонометрической форме число $x + iy$.

12. Даны комплексные числа

$$z = -3 + 4i \text{ и } zw = -14 + 2i.$$

(a) Найди w .

(b) Запиши w в тригонометрической форме.

13. Известно, что

$$z = 22 + 4i \text{ и } \frac{z}{w} = 6 - 8i.$$

(a) Найди w .

(b) Найди модуль и аргумент комплексного числа w . Аргумент запиши в градусах с точностью до трех значащих цифр.

14. Известно, что

$$z = 1 + \sqrt{3}i \text{ и } \frac{w}{z} = 2 + 2i.$$

(a) Найди w .

(b) Найди модуль и аргумент комплексного числа w . Аргумент запиши в градусах с точностью до трех значащих цифр.

15. Даны комплексные числа:

$$z = \sqrt{3} + i \text{ и } w = 3i.$$

(a) Найди их модули и аргументы.

(b) Найди zw и $\frac{w}{z}$. Ответ запиши в алгебраической форме $x + iy$, где $x \in R, y \in R$.