

Тапсырмалар

1. a) $f(x) = \ln x - 4x + 5$ функциясы берілген. $[1.3;1.4]$ интервалында $f(x) = 0$ теңдеуінің шешімі бар екенін көрсетіңіз.

b) $f(x) = \ln x - 4x + 5$ функциясы $[1.3;1.4]$ интервалында өспелі немесе кемімелі екенін табыңыз және көрсетіңіз.

c) жартысын бөлу әдісін қолданып $f(x) = 0$ теңдеуінің $[1.3;1.4]$ интервалындағы $\varepsilon = 0.01$ үшін жуық мәнін табыңыз.

2. a) $f(x) = e^{5+2x} - x^5$ функциясы берілген. $[1.4;1.5]$ интервалында $f(x) = 0$ теңдеуінің шешімі бар екенін көрсетіңіз.

b) $x_{n+1} = e^{\frac{1+2}{5}x_n}$ итератив формуласын қолданып $[1.4;1.5]$ интервалындағы $\varepsilon = 0.01$ үшін жуық мәнін табыңыз.

3. a) $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 4x + 3}$ функциясын $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$ түрінде жазыңыз және А,В табыңыз.

b) $\frac{6x}{x^2 - 4x + 3}, |x| < 1$ үшін Ньютон бином формуласын қолданып x дәрежесінің өсу ретімен жазып шығыңыз x^3 - ке дейін.

2.
$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 11$$

(a) Show that $f(x) = 0$ can be rearranged as

$$x = \sqrt{\left(\frac{3x+11}{x+2}\right)}, \quad x \neq -2.$$

The equation $f(x) = 0$ has one positive root α .

(2)

The iterative formula $x_{n+1} = \sqrt{\left(\frac{3x_n + 11}{x_n + 2}\right)}$ is used to find an approximation to α .

(b) Taking $x_1 = 0$, find, to 3 decimal places, the values of x_2, x_3 and x_4 .

(3)

(c) Show that $\alpha = 2.057$ correct to 3 decimal places.

(3)

(Total 8 marks)

- 1 **a** Expand $(1 - x)^{\frac{1}{2}}$, $|x| < 1$, in ascending powers of x up to and including the term in x^3 .
- b** By substituting $x = 0.01$ in your expansion, find the value of $\sqrt{11}$ correct to 9 significant figures.
- 2 The series expansion of $(1 + 8x)^{\frac{1}{2}}$, in ascending powers of x up to and including the term in x^3 , is
- $$1 + 4x + ax^2 + bx^3, \quad |x| < \frac{1}{8}.$$
- a** Find the values of the constants a and b .
- b** Use the expansion, with $x = 0.01$, to find the value of $\sqrt{3}$ to 5 decimal places.
- 3 **a** Expand $(9 - 6x)^{\frac{1}{2}}$, $|x| < \frac{3}{2}$, in ascending powers of x up to and including the term in x^3 , simplifying the coefficient in each term.
- b** Use your expansion with a suitable value of x to find the value of $\sqrt{8.7}$ correct to 7 significant figures.
- 3 **a** Show that the largest positive root of the equation $0 = x^3 + 2x^2 - 8x - 3$ lies in the interval $[2, 3]$.
- b** Use interval bisection to find this root correct to one decimal place.
- 4 **a** Show that the equation $f(x) = 1 - 2 \sin x$ has one root which lies in the interval $[0.5, 0.8]$.
- b** Use interval bisection four times to find this root. Give your answer correct to one decimal place.
- 5 **a** Show that the equation $0 = \frac{x}{2} - \frac{1}{x}$, $x > 0$, has a root in the interval $[1, 2]$.
- b** Obtain the root, using interval bisection three times. Give your answer to two significant figures.
- 6 $f(x) = 6x - 3^x$
- The equation $f(x) = 0$ has a root between $x = 2$ and $x = 3$. Starting with the interval $[2, 3]$ use interval bisection three times to give an approximation to this root.