

1. 1 қаңтарда белгілі бір ғимаратта әрбір шамның пайдалану ұзақтығын тіркейтін құрылғымен бірге 100 жаңа шам орнатылды. 1 наурызға дейін барлық 100 шам істен шықты. Шамдардың қызмет ету уақыты t (сағат) жайлы келесі ақпараттар бар: $\sum t = 10500$ және $\sum t^2 = 1712500$. Шамдарының орташа қызмет ету мерзімі үшін сенімділігі 99% -ға тең симметриялы сенімділік интервалын анықтаңыздар.

2. Алдағы референдумда "ИӘ" деп дауыс беретін сайлаушыларының үлесін бағалау мақсатында сауалнама жүргізілу тиіс. Пилоттық сауалнама кезінде 100 адамнан тұратын кездейсоқ таңдама сұралды; 42-сі «ИӘ» деп дауыс беретіндерін айтты. Ені 0,02 болатын 99%-дық сенімділік интервал алуға қажетті таңдама көлемін есептеңдер.

1. Белгілі бір аймақта өсірілген апельсиндердің салмағы граммен есептегенде, орташа мәні μ және стандарт ауытқуы σ болатын нормальды үлестірім заңына бағынады. Осындай 50 апельсиннің кездейсоқ таңдамасы алынды. Осы таңдаманың 97 %-дық сенімділік интервалы [222,1, 232,1].

а) \bar{X} және s^2 –тың ығыспаған бағаларын есептеңіз. [4]

ә) \bar{X} үшін 97% сенімділік интервалының ені 8-ге тең болатындай таңдама көлемін анықтаңыз. [3]

2. Маржан өзімен жасты 5 адамнан тұратын кездейсоқ таңдама алды және олардың бойлары метрмен есептегенде 1,66, 1,68, 1,54, 1,65 және 1,57 екенін анықтады. Маржанның жасындағы адамдардың бойлары $0,0052 \text{ м}^2$ дисперсиямен нормаль үлестірілгенін ескеріп, оның жасындағы адамдардың орташа бойы үшін 98% сенімділік интервалын табыңыз.

4. Гольф доптарының диаметрлері сантиметрмен есептегенде, орташа мәні μ және стандарт ауытқуы σ болатын нормальды үлестірім заңы бойынша үлестірілген. 130 доптан тұратын кездейсоқ таңдама алынды және диаметрлері x см өлшенді. Нәтижелері $\sum x = 555,1$ және $\sum x^2 = 2371,30$.

а) \bar{X} және s^2 –тың ығыспаған бағаларын есептеңіз.

[2]

ә) μ үшін 97% сенімділік интервалын есептеңіз.

[3]

б) 130 шардан тұратын 300 кездейсоқ таңдама алды және әрқайсысы үшін 97%-дық сенімділік интервалы есептелді. Сіздің ойыңызша осы интервалдардың қаншасына μ кірмейді?

6. Дүкеннің күнделікті x кірісі кездейсоқ таңдалған 30 күнде жазылып отырды және $\sum x = 31\,500$, $\sum x^2 = 33\,141\,816$ болатындығы есептелді.

а) Таңдаманың орта мәнін, дисперсиясының ығыспаған бағасын есептеңіз. [3]

ә) Орта мән үшін 98%-дық сенімділік интервалын табыңыз. [3]

8. 90 қаптан тұратын таңдаманың салмағы туралы келесі ақпарат алынды: $n = 90$, $\Sigma m = 4509$, $\Sigma m^2 = 225\,950$.

а) Бас жиынның орта мәні мен дисперсиясының ығыспаған бағасын табыңыз. [3]

ә) Бас жиынның орта мәні үшін 98%-дық сенімділік интервалын табыңыз. [3]

б) Неліктен ә) бөлімге жауап беруде орталық шектік теореманы қолдану қажет болғанын түсіндіріңіз. [1]

в) бас жиынның орта мәнінің 98%-дық сенімділік интервалының максимум мәнінен асып кету ықтималдығын табыңыз. [2]

№4. Функция плотности распределения вероятности времени T часов, затраченных на ремонт оборудования может быть смоделирована как:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{24}{7t^4}, & \text{для } 1 \leq t \leq 2, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

а) Найдите $M(T)$ и $D(T)$

б) \bar{T} обозначает среднее значение 30-ти случайно выбранных ремонтов. Предполагая, что центральная теорема справедлива, оцените $P(\bar{T} < 1,2)$.

Объясните, есть ли в вашем ответе небольшая или значительная ошибка.

Ответы №4: а) $\frac{9}{7}$ и $\frac{3}{49}$ б) 0,0299; распределение случайной величины T очень смещено (искажено), поэтому ответ не очень точен.

Приблизительно распределено по нормальному закону распределения, если n достаточно большая величина и приблизительно не распределено по нормальному закону распределения если n маленькая величина.

№8. Взята случайная выборка из $2n$ наблюдений случайной величины $X \sim B(n, p)$, где $p > 0,5$.

Выборочное среднее значение обозначается \bar{X} . Дано, что $M(\bar{X}) = 64$ и $D(\bar{X}) = 0,08$. Найдите:

а) значения p и n б) $P(\bar{X} > 64,5)$

Ответ №8: а) $p = 0,8$ и $n = 80$ б) 0,037

1 Bags of sugar have masses which are distributed normally with mean μ grams and standard deviation 4.6 grams. The sugar in each of a random sample of 5 bags taken from a production line is weighed, with the following results, in grams.

498.2 501.3 503.7 496.8 502.5

$$500.5 \pm 1.96 \left(\frac{4.6}{\sqrt{5}} \right)$$

$$500.5 \pm 3.132$$

$$2.96.5 \quad 50.5$$

Calculate a symmetric 95% confidence interval for μ .

If a 95% symmetric confidence interval for μ was calculated for each of 200 samples of 5 bags, how many of the confidence intervals would be expected to contain μ ?

2 The volume of milk in litre cartons filled by a machine has a normal distribution with mean μ litres and standard deviation 0.05 litres. A random sample of 25 cartons was selected and the contents, x litres, measured. The results are summarised by $\Sigma x = 25.11$. Calculate

(a) a symmetric 98% confidence interval for μ ,

(b) the width of a symmetric 90% confidence interval for μ based on the volume of milk in a random sample of 50 cartons.