

Статистика теста рассчитывается по выборке. Его значение используется, чтобы решить, следует ли отклонить нулевую гипотезу  $H_0$ .

Область отклонения (или критическая область) - это такие значения тестовой статистики, для которой нулевая гипотеза  $H_0$  отклоняется.

Область принятия - это такие значения тестовой статистики, для которой нулевая гипотеза  $H_0$  принимается (не отклоняется).

Граничное значение (я) области отклонения называется (являются) критическим значением (ями).

Уровень значимости теста дает вероятность того, что статистика теста попадет в область отклонения, когда  $H_0$  верна.

Если отклоняется нулевая гипотеза  $H_0$ , то автоматически принимается альтернативная гипотеза  $H_1$ .

### Exercise 5A

and smaller as  $n$  gets larger.

- 1 A sample of size 6 is taken from a population that is normally distributed with mean 10 and standard deviation 2.
  - a Find the probability that the sample mean is greater than 12. (3 marks)
  - b State, with a reason, whether your answer is an approximation. (1 mark)
- 2 A machine fills cartons in such a way that the amount of drink in each carton is distributed normally with a mean of  $40 \text{ cm}^3$  and a standard deviation of  $1.5 \text{ cm}^3$ .

A sample of four cartons is examined.

  - a Find the probability that the mean amount of drink is more than  $40.5 \text{ cm}^3$ .

A sample of 49 cartons is examined.

  - b Find the probability that the mean amount of drink is more than  $40.5 \text{ cm}^3$  on this occasion.

#### Пример 4.6.1.

(а) Масса случайно выбранного 15-летнего мальчика большой средней школы может быть смоделирована с помощью нормального распределения со средним значением 55 кг и стандартным отклонением 2,2 кг. Четыре 15-летних мальчика этой школы выбираются случайным образом. Рассчитайте вероятность того, что средняя масса этих четырех мальчиков будет:

(i) меньше 58 кг, (ii) от 52 кг до 57,5 кг.

(б) Вторая выборка размера  $n$  выбрана из 15-летних мальчиков этой школы. Насколько велик должен быть размер выборки  $n$ , чтобы вероятность того, что средняя масса данной выборки отличается от средней массы генеральной совокупности более чем на 0,6 кг, составляла не более 2%?

#### Пример 6.6.1.

Станок предназначен для изготовления металлических стержней длиной 2 см со стандартным отклонением 0,02 см. Можно сказать, что длины стержней распределены по нормальному закону распределения. Машина перемещается в новое положение на заводе, и для того, чтобы проверить, изменилась ли настройка для средней длины, измеряются длины первых десяти стержней. Стандартное отклонение можно считать неизменным. Если эти длины в сантиметрах соответствуют приведенным ниже, проверьте на уровне значимости 5%, изменилась ли настройка или нет.

2.04 1.97 1.99 2.03 2.04 2.10 2.01 1.98 1.97 2.02

- 3 The lengths of bolts produced by a machine have an unknown distribution with mean 3.03 cm and standard deviation 0.20 cm.

A sample of 100 bolts is taken.

- a Estimate the probability that the mean length of this sample is less than 3 cm. (3 marks)

A second sample is taken. The probability that the mean of this sample is less than 3 cm needs to be less than 1%.

- b Find the minimum sample size required. (5 marks)

- 4 A random variable  $X$  has the discrete uniform distribution

$$P(X = x) = \frac{1}{5} \quad x = 1, 2, 3, 4, 5$$

40 observations are taken from  $X$ , and their mean  $\bar{X}$  is recorded.

Find an estimate for  $P(\bar{X} > 3.2)$ . (6 marks)

- 5 A fair dice is rolled 35 times.

- a Find the approximate probability that the mean of the 35 scores is more than 4.

- b Find the approximate probability that the total of the 35 scores is less than 100.

- 1 A random sample of size 9 is taken from a normal distribution with variance 36. The sample mean is 128.

- a Find a 95% confidence interval for the mean  $\mu$  of the distribution.

- b Find a 99% confidence interval for the mean  $\mu$  of the distribution.

- 2 A random sample of size 25 is taken from a normal distribution with standard deviation 4. The sample mean is 85.

- a Find a 90% confidence interval for the mean  $\mu$  of the distribution.

- b Find a 95% confidence interval for the mean  $\mu$  of the distribution.

- 3 A random sample is taken from a distribution with mean  $\mu$  and variance 4.41. The sample has the following values:

23.1, 21.8, 24.6, 22.5.

Niall says that even though the sample is small, he can still use the normal distribution to obtain confidence limits for  $\mu$ .

- a State what assumption Niall must make in order for this to be true. (1 mark)

- b Given that this assumption is true, use the sample to find 98% confidence limits for the mean  $\mu$ . (3 marks)