Гипотеза

- https://youtu.be/hWNKGoXhSC8?si=XnZQ4Qk0eKhR1JGj

- Келесі жағдайлар үшін нөлдік және алтернативті гипотезаларды беріңіз және гипотезаны тексеру біржақты немесе екіжақты болатындығын көрсетіңіз.
- (а) Бұрын спортшы 100 метрді орташа есеппен 10,3 секундта жүгірген. Ол жаңа жаттығу бағдарламасын ұстанды, және осы жаңа бағдарлама оның 100 метрге жүгіруге қажет уақытын қысқартады деп үміттенеді.
- (б) Өндірілетін кішкентай салмақтағы қапшықтағы қанттың орташа массасы 1,01 кг. Бұл орташа массаның қандайда бір өзгерісінің болуын тексеру үшін кездейсоқ алынған таңдама зерттелді.
- (в) Бөтелкедегі лимонадтың орташа көлемі 2 литрден кем болмауы керек. Орташа көлем 2 литрден төмен түспегенін тексеру үшін кездейсоқ таңдама зерттелді.

Шешімі:

(а) Нөлдік гипотеза спортшының өткен нәтижелеріне сүйене отырып, μ-дің тек бір мәнін ұсынады, $H_0\colon \mu = 10.3$. Альтернативті гипотеза μ-дің азаюын болжайды, $H_1\colon \mu < 10.3$. Бұл біржақты тексеру

(б) Нөлдік гипотеза қант қапшықтарының массалары қанша болу керектігіне негізделіп, μ-дің тек бір мәнін ұсынады, $H_0\colon \mu = 1.01$. Альтернативті гипотеза μ-дің өзгеруін болжайды, $H_1\colon \mu \neq 1.01$. Бұл екіжақты тексеру.

(в) Бұл жағдайдағы жалғыз алаңдаушылық - орташа көлем 2 литрден аз болады деген алаңдаушылық, сондықтан бұл біржақты тексеру. Нөлдік гипотеза: $H_0\colon \mu = 2$ және альтернативті гипотеза: $H_1\colon \mu < 2$

- ***Бас жиынның математикалық күтімі μ туралы гипотезаны тексеру үшін, нөлдік гипотеза математикалық күтім μ_0 болады деп болжайды, яғни $H_0: \mu = \mu_0$. H_1 альтернативті гипотезасы математикалық күтім μ_0 ден өзгеше болуын болжайды. Алтернативті гипотезаның үш түрі бар:***
- $H_1: \mu < \mu_0$, ***азаюға біржақты тексеру;***
- $H_1: \mu > \mu_0$, ***ұлғаюға біржақты тексеру;***
- $H_1: \mu \neq \mu_0$, ***өзгеруге екіжақты тексеру.***
-

Бірінші текті қате нөлдік болжам H_0 теріске шығарылса, бірақ шындығында ол дұрыс болғанда.
Екінші текті қате альтернативті болжам H_1 теріске шығарылса, бірақ шындығында ол дұрыс болғанда.

II. Маңыздылық деңгейін анықтау

H_0 болжамын қабылдау немесе қабылдамау ережесі болжамды тексерудің *статистикалық критерийі* деп аталады. Оның ішінде *біржақты* немесе *екіжақты* критерий деп ажыратылады. Егер альтернативті болжам бір бағытта алға шығарылса $H_1 : \mu < \mu_0$ немесе $H_1 : \mu > \mu_0$, онда біржақты критерий орын алады. Егер альтернативті болжам әртүрлі бағытта тұспалданса $H_1 : \mu \neq \mu_0$, онда екіжақты критерий орын алады.

Маңыздылық деңгейі деп өте аз ықтималдықты атайды, яғни оқиғаның мүмкін болмайтындай ықтималдығын атайды. Басқа сөзбен айтқанда, маңыздылық деңгейі – бірінші текті қатені жіберу ықтималдығы. Маңыздылық деңгейі α деп белгіленеді.

H_0 болжамы қабылданатын статистика мәндерінің ішкі жиынын *болжамның қабылдану облысы* (*мүмкін облысы*) деп аталады. H_0 болжамы қабылданбайтын және H_1 болжамы қабылданатын статистика мәндерінің ішкі жиынын *кризистік облыс* деп атайды.

Мысал 1

Бастауыш мектептің әрбір сыныбында оқушылардың оқу дағдысы оқу жылының басында және аяғында тексеріледі. Мұғалімдердің аңғаруы бойынша, үшінші сыныпта оқушылардың жас ерекшелігіне қатысты оқу дағдысының өсімі орташа 1,14 жыл және стандартты ауытқуы 0,16 жыл болатын нормаль (қалыпты) үлестірім заңына бағынады. Осы жылы мектеп оқушыларды оқуға үйретуде жаңа әдісті енгізбекші, басқа мектептің мұғалімдері бұл әдіс оқу дағдысының өсіміне әсерін тигізетінін байқаған. Жылдың аяғында мұғалімдер 40 үшінші сынып оқушыларының оқу дағдысы өсімінің орташа мәнін $\overline{x}$ тапты. Осымен олар «Жаңа әдіс осы мектепте бұрынғымен салыстырғанда жақсырақ нәтиже бере ме?» деген сұраққа жауап алуды көздеді.

Қабылдану және кризистік облысты бөліп тұратын *с* мәнін *кризистік мән* деп атайды. Оны келесі әдіспен есептеуге болады:

$\Phi(z)=0,95$ болғандықтан, нормаль үлестірім кестесін қолданып, $z=1,645$ аламыз.

$z=\dfrac{\overline{x}-\mu}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{n}}}$ қолданып, $1,645=\dfrac{c-1,14}{\sqrt{\dfrac{0,16^2}{40}}}$ аламыз. Осыдан $c=1,645\cdot\sqrt{\dfrac{0,16^2}{40}}+1,14\approx 1,18$.

$\overline{X}\geq 1,18$ мәндер кризистік облыс болып табылады.

V Статистиканың мәнін қай облысқа түсуін анықтау: қабылдану облысы ма, әлде кризистік облыс па?

Өткізілген зерттеу нәтижесі бойынша таңдаманың орта мәні $\overline{x}=1,19$ жыл. Бұл мән кризистік облысқа тиісті болғандықтан, онда алынған нәтиженің ықтималдығы аз, егер $H_0:\mu=1,14$ болжамы дұрыс болса.

гипотезасы қабылданбады..

Гипотезаны тексеру қадамдары:

1 Қадам. Нөлдік және альтернативті гипотезаларды тұжырымдау.

2 Қадам. Маңыздылық деңгейі туралы шешім қабылдау.

3 Қадам. Кризистік мәнді (мәндерді) анықтау.

4 Қадам. Тест статистикасын есептеу.

5 Қадам. Тест статистикасының мәні қабылдану аймағында немесе қабылданбау аймағында жататынын анықтау.

6 Қадам. Тест статистикасының мәніне байланысты қорытынды жасау.

2-Мысал.

Балаларға арналған оқу схемасы мысалында тесттің 1%-дық маңыздылық деңгейі үшін қабылданбау аймағын табыңыз.

Шешімі:

Енді Ф(z)=0.99, бұл z=2.326 мәнін береді. $z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$ өрнегіне қоямыз.

Сонда: $2.326 = \frac{c-1.14}{\sqrt{\frac{0.16^2}{40}}}$. Бұдан: c=1.20, үш мәнді цифрға дейінгі дәлдікпен.

Қабылданбау аймағы: $\bar{X} \geq 1.20$

Бақыланған мән, 1,19 жыл, қабылданбау аймағына тиісті емес, сондықтан H_0 1%-дық маңыздылық деңгейінде қабылданады.

3-Мысал

Осыдан алдын машина үзілу жүктемесі орташа мәні 1000 Н және стандарт ауытқуы 21 Н болатын нормальді үлестірім заңы бойынша үлестірілген арқандар шығарды. Жаңа процесс еңгізілді. Орташа үзілу жүктемесі өзгергенін тексеру үшін, 50 бөлік арқан таңдамасы таңдалып алынады, әр бөлік үшін үзілу жүктемесі өлшенеді және олардың орташа мәні есептеледі.

(а) Үзілу жүктемесінің өзгергенін тексеру үшін тиісті нөлдік және альтернативті гипотезаларды тұжырымдаңыз.

(б) Тест статистикасы ретінде таңдаманың орташа мәні $\bar{X}$-ті алып, гипотезаны тексеру үшін 5%-дық маңыздылық деңгеймен қабылданбау аймаған табыңыз.

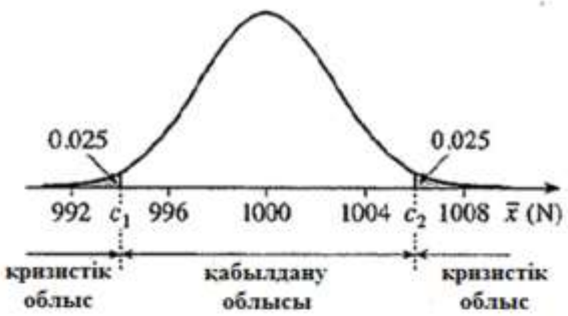
(в) 50 арқан бөліктері үшін орташа мән шамамен 1003 Н болды. Қандай тұжырым жасайсыз?

Шешімі:

(а) Нөлдік гипотеза орташа үзілу жүктемесінің мәнін көрсетеді, яғни: $H_0: \mu = 1000$

Алтернативті гипотеза μ өзгеруі мүмкін дейді, яғни: $H_1: \mu \neq 1000$

(б) Егер H_0 дұрыс болса, онда таңдау ортасы нормальді үлестірім бойынша үлестірілген, $\bar{X} \sim N\left(1000; \frac{21^2}{50}\right)$. Келесі суретте, c_1 және c_2 деп белгіленген кризистік мәндермен бөлінген қабылдану және қабылданбау аймақтары және $\bar{X}$-тің үлестірімі көрсетілген.



c_2 жоғары кризистік мәнін табу үшін, Φ(z)=0.975 теңдеуін қолданамыз, өйткені 0,05 ықтималдығы екі «құйрық» арасында тең бөлінеді. z-тің қажетті мәні 1.960. $z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$ өрнегінің орнына қойсақ: $1.960 = \frac{c_2-1000}{\sqrt{\frac{21^2}{50}}}$.

Бұдан: c_2=1006, бүтін санға дейінгі дәлдікпен. Симметрия бойынша, c_1=994.

Осылайша, қабылданбау аймағы: $\bar{X} \leq 994$ және $\bar{X} \geq 1006$

(в) Таңдаманың байқалған орташа мәні $\bar{x} = 1003$ қабылданбау аймағына тиісті емес. Орташа мән өзгергеніне жеткілікті дәлел жоқ және жаңа процесс қанағаттанарлық деп қорытынды жасауға болады.