

Максимум мен  
минимумды табуға  
есептер

# Оқу мақсаты :

12.5.3.2

туындыны қолданып геометриялық және физикалық  
мазмұнды есептерді шығарады;

## Қайталауға есептер :

$$1) f(x) = 2x^3 - 3x^2 + \sqrt{x} - 7$$

$$4) f(x) = \ln \cos x$$

$$7) f(x) = x^2(x + 3)$$

$$2) f(x) = \sqrt{x^3} - 2x\sqrt{x} + \pi$$

$$5) f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$8) f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 - 3$$

$$3) f(x) = \frac{2}{x-1}$$

$$6) f(x) = 5x + \frac{4}{x}$$

$$9) f(x) = 2\sqrt{3}\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}2x$$

**Қайталау:** экстремум нүктелерін, функцияның кесіндідегі ең үлкен және ең кіші мәнін; критикалық нүктені анықтаудың алгоритмі, экстремум нүктелері, монотондылық аралықтары

Физическая величина	Среднее значение	Мгновенное значение
Скорость	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$v = \frac{ds}{dt} = s'$
Ускорение	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$a = \frac{dv}{dt} = v'$
Угловая скорость	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'$
Сила тока	$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$	$i = \frac{dq}{dt} = q'$
Мощность	$P = \frac{A}{\Delta t}$	$P = \frac{\delta A}{dt}$

Закон	Среднее значение	Мгновенное значение
Второй закон Ньютона	$F = ma$	$f = m \frac{dv}{dt}$
Закон ЭМИ	$\xi_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$	$e_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'$
Закон самоиндукции	$\xi_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$	$e_{is} = -L \frac{di}{dt} = -Li'$

# Оңтайландыруға арналған тапсырманың шешу кестесі

## 1. Математикалық моделін құру.

Есеп функцияның тіліне «аударылады».

Ол үшін бізге қажетті шаманы  $f(x)$  функция сияқты өрнектелетін ыңғайлы  $x$  параметрін таңдайды;

## 2. Құрылған моделмен жұмыс.

Кейбір аралықта осы функцияның ең үлкен немесе ең кіші мәнін талдау құралдармен іздестіреді;

## 3. Есептің сұрағына жауап.

Алынған нәтижесінің (функциялар тілінде) қандай практикалық мағынасы (бастапқы тапсырманың терминдерінде) болатыны анықталады.

**1-есеп.** «Берілген  $P=40$  периметрінде оның ауданы максималды болу үшін тіктөртбұрыш қандай болу керек?»

Әрекеттер	1 есеп
<i>1 кезеңі. Есептің математикалық моделін құрастыру</i>	
1. Тіімді шаманы анықтаймыз	<i>Тіімді шама – аудан. Оны <math>y</math> белгілеңіз. Ауданның ең үлкен мәнін іздейміз.</i>
2. Есептегі бір белгісізді белгісіз айнымалы деп аламыз	<i><math>x</math> мәлемінің еңі болса, онда мәлемінің ұзындығы <math>\left(\frac{P}{2} - x\right)</math> мәң</i>
3. $X$ анықталу облысын анықтаймыз	$0 < x < \frac{P}{2}$
4. Тіімді $y$ шаманы $x$ арқылы өрнектейміз	$y = x\left(\frac{P}{2} - x\right) = 20x - x^2$
5. $X$ анықталу облысымен $y = f(x)$ функциясы есептің математикалық моделін ұсынады	$y = 20x - x^2$ <i>(0; 20) аралығында функцияның максимумын табыңыз</i>

**1-есеп.** «Берілген Р периметрінде оның ауданы максималды болу үшін тіктөртбұрыш қандай болу керек?»

*2 кезеңі. Құрылған модельмен жұмыс*

1. Функцияның туындысын табамыз	$y' = 20 - 2x$
2. Экстремум нүктелерін табамыз	$20 - 2x = 0$ $x = 10$
3. Нүктенің түрін анықтаймыз және сәйкесінше функцияның мәнін табамыз	$У_{\text{ең үл}} = 20 \cdot 10 - 10^2 = 100$ Берілген нүкте максимум нүктесі

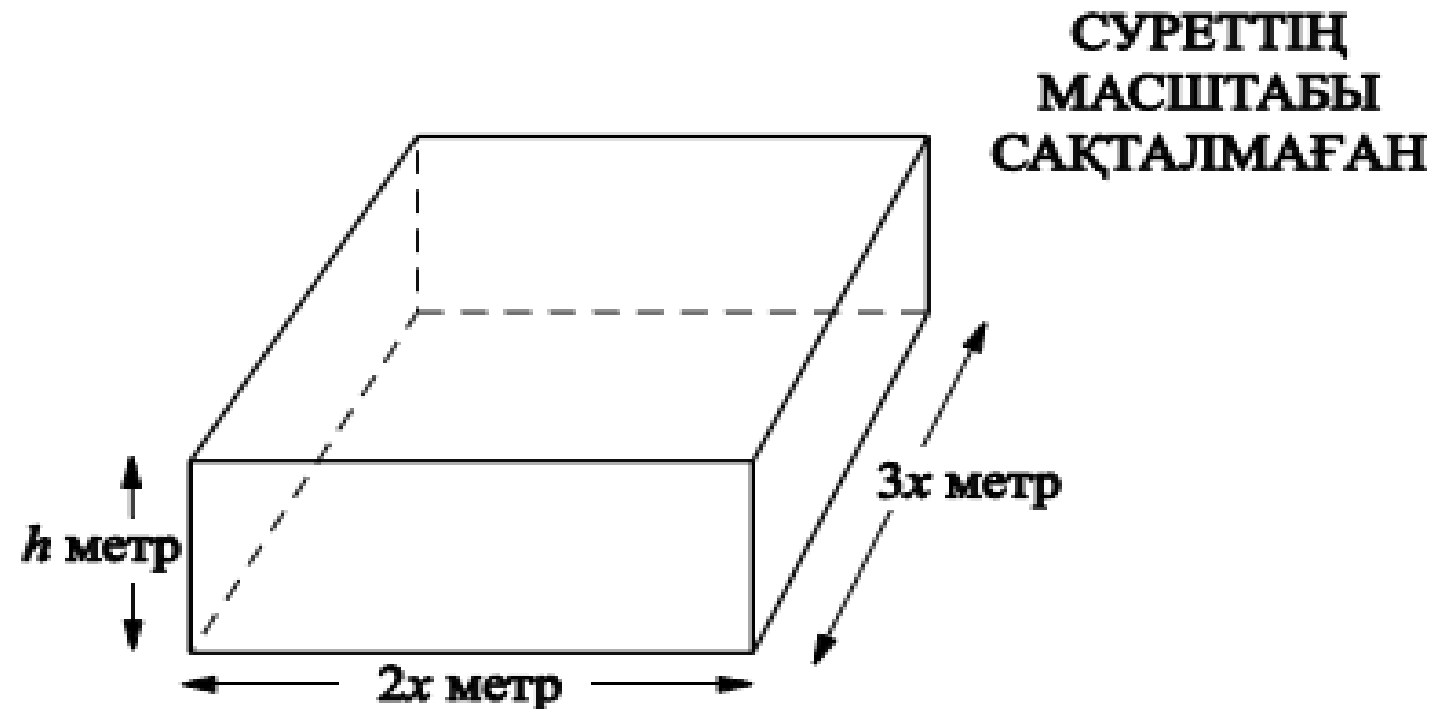
*3 кезеңі. Есептің сұрағына жауап беру*

1. Шартына сәйкес сұраққа жауап құрастырамыз	Жауап. Бұл 10 км қабырғасымен квадрат
--	--



**9(а) сұрақ**

Суретте үсті ашық, биіктігі  $h$  метр болатын тік бұрышты бак бейнеленген. Қабырғалары  $2x$  метр және  $3x$  метр болатын бактың табаны горизонталь орналасқан. Бакқа көлемі  $900 \text{ м}^3$  су сияды, ал бактың ішкі бетінің ауданы  $S \text{ м}^2$ .



$S = \frac{1500}{x} + 6x^2$  болатынын көрсетіңіз.

## Балл қою кестесі

Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
$V = 6x^2h$ немесе $S = 10xh + 6x^2$ құрған немесе болжайды	B1	
$S = 10xh + 6x^2$ формуласына $h$ өрнегің қояды	M1	
Еш қатесі шыққан $S = \frac{1500}{x} + 6x^2$	A1  [3]	Жауап берілген

9(b) сұрақ

$\frac{dS}{dx} = 0$  болғанда, бактың өлшемдерін табыңыз.

Екінші ретті туындыны пайдаланып немесе басқа әдіспен,  $S$ -тің берілген жағдайда минимум немесе максимум болатынын анықтаңыз.

Балл қою кестесі

Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
$\frac{dS}{dx} = \frac{-1500}{x^2} + 12x$ тапқан	B1	
$\frac{dS}{dx}$ ті 0 ге теңестіреді және шешудің бірінші амалын орындайды	M1	
$x = 5$ (және $h = 6$ ) шығады	A1	
10,15 және 6 (метр) өлшемдерін тапқан	A1	
$\frac{d^2S}{dx^2} = \frac{3000}{x^3} + 12$ шығады (бір қатені есептемеуге болады)	M1	АЛЬТЕРНАТИВА: Бірінші ретті туындының кем дегенде бір мәні табылған НЕМЕСЕ $x = 5$ екенін ескере отырып, екі қабырғаның мәндері анықталған
$\frac{d^2S}{dx^2} = 36$ шығады немесе $\frac{3000}{x^3} + 12$ оң шама болатынына дәлел келтіреді.	A1	$x = 5$ екенін ескере отырып, бірінші ретті туындының дұрыс мәні табылған немесе әр қабырғасының мәндері анықталған
$\frac{d^2S}{dx^2}$ оң екенін көрсетеді, сол себепті S минимум	A1	
	[7]	

# Задача №1

Скорость школьного автобуса массой 5 т возрастает по закону  $v = 0,1t^3 + 0,2t$ .

Определить равнодействующую всех сил, действующих на него в момент времени 2 с.



Решение

$$F = ma = m v'$$

$$F = m(0,1t^3 + 0,2t)' = m(0,3t^2 + 0,2)$$

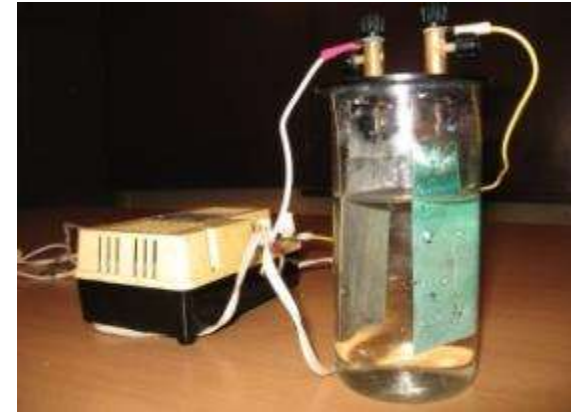
$$F = 5000(0,3 \cdot 4 + 0,2) = 7000(H) = 7кН$$

## Задача №2

Количество вещества, получаемого в химической реакции, зависит от времени следующим образом :

$$Q = a (1 + be^{-kt})$$

Определите скорость реакции.



Решение

$$\frac{dQ}{dt} = Q' = (a + abe^{-kt})' = -abke^{-kt}$$

## Домашняя работа:

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = -\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 + 3t + 5$

Найдите максимальную скорость движения точки.

2. Площадь участка в форме параллелограмма с острым углом  $30^\circ$ , равна 8. Какое наименьшее значение принимает его периметр?

3. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 16 и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник, основание которого лежит на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?