

10. Комплекс сандар

- 1** $z_1 = \frac{1+i}{1-i}$ және $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ комплекс сандары берілген.
- (a) $z_1 = i$ екенін көрсетіңдер. [2]
- (b) $|z_1| = |z_2|$ екенін көрсетіңдер. [2]
- (c) z_1 және z_2 комплекс сандарын $re^{i\theta}$ түрге келтіріңдер, мұндағы $r > 0, -\pi < \theta \leq \pi$ [3]
- (d) z_1, z_2 және $z_1 + z_2$ комплекс сандарын Арган диаграмасында бейнелендер. [2]
- (e) Арган диаграмасын қолдана отырып $tg \frac{5}{12} \pi = 2 + \sqrt{3}$ тең екенін көрсетіңдер. [3]

- 3.(a)(i)** Муавр теоремасын қолданып, келесі теңбе-теңдікті дәлелдеңіздер: [5]

$$\cos 5\theta = \cos^5 \theta - 10 \cos^3 \theta \sin^2 \theta + 5 \cos \theta \sin^4 \theta$$

және $\sin 5\theta$ өрнек үшін де өрнекті қорытып шығарыңдар.

- (ii) Теңбе-теңдікті дәлелдендер: [3]

$$tg 5\theta = \frac{tg \theta (5 - 10tg^2 \theta + tg^4 \theta)}{1 - 10tg^2 \theta + 5tg^4 \theta}$$

- (b) $t = tg \frac{\pi}{5}$ теңдеудің түбірі болатынын көрсетіңдер: [3]

$$t^4 - 10t^2 + 5 = 0$$

Және қалған үш түбірін тауып, тригонометриялық түрде жазыңдар.

- 4.(a)** $z = \cos \theta + i \sin \theta$ өрнекті және Муавр формуласын қолдана отырып [1]

- (i) жақшаны ашыңдар: $\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)^4$

- (ii) Теңбе-теңдікті дәлелдеңіздер: [4]

$\cos^4 2\theta = A \cos 8\theta + B \cos 4\theta + C$. Мұндағы A, B және C рационал сандар.

- (b) $0 \leq \theta \leq \pi$ аралықтағы $8 \cos^4 2\theta = \cos 8\theta + 5$ теңдеудің түбірлерін табыңдар және жауапты $k\pi$ түрінде жазыңдар. [3]

Проверь себя
Уровень А

1. Выполните действия, используя тригонометрическую форму комплексного числа:

a) $\left(\frac{i\sqrt{3}-1}{i+\sqrt{3}}\right)^6$; b) $(1-i)^8(1+i\sqrt{3})^8$; c) $(\sqrt{3}+i)^{100}$.

2. Используя формулу Муавра, выразите $\cos 6x$ через $\cos x$.

3. Выразите все корни третьей степени из числа z , если:

a) $z = -i$; b) $z = 8$; c) $z = -2 + 2i$.

Уровень В

4. Выполните действия и результат запишите в тригонометрической форме:

a) $\frac{(\cos 3\alpha + i \sin 3\alpha)^3 (\cos 7\alpha - i \sin 7\alpha)}{\cos 10\alpha + i \sin 10\alpha}$;

b) $\frac{(\cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5}) (\frac{1}{4} - i \frac{\sqrt{3}}{4})}{-i}$;

c) $(\sin \frac{8\pi}{5} + i(1 + \cos \frac{8\pi}{5}))^{10}$.

5. Решите уравнение

a) $z^4 + 4 = 0$; b) $z^5 - 5i = 0$; c) $z^6 = 6\sqrt{3} - 6i$.

3. $(x+2)$ екімүшесі $4x^3 + ax^2 - (a+1)x - 18$ көпмүшесінің бөлгіші болып табылады.

i. a тұрақты санның мәнін табыңдар.

[3]

ii. a мәнін біле отырып, $4x^3 + ax^2 - (a+1)x - 18$ көпмүшені толықтай көбейткіштерге жіктендер.

[3]

4. i. $(2+3x)^5$ өрнектің алғашқы 3 мүшесін табыңдар

[3]

ii. $(1+ax)(2+3x)^5$ өрнегі үшін егер x^2 алдындағы коэффициенті 0-ге тең болса, онда белгісіз a -ның мәнін табыңдар

[2]

5. Кубтық көпмүше $p(x) = ax^3 + bx^2 - 3x - 2$ берілген, мұндағы a, b коэффициенттері. $(x+1)$ және $(x+2)$ екімүшеліктер $p(x)$ -тың бөлгіштері.

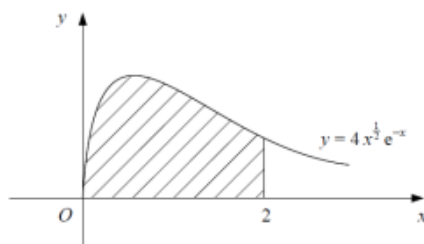
(i) a, b -ның мәндерін анықтандар.

[5]

(ii) a, b -ның мәндерін біле отырып, $p(x)$ көпмүшені толықтай көбейткіштерге жіктендер.

[2]

15.



Функция $y = 4x^{\frac{1}{2}}e^{-x}$ теңдеумен берілген. ОХ осінің маңында айнылдырғанда пайда болған дененің көлемін табыңыз. [6]

16. i) Дифференциалдаңыз: $\ln(2x + 3)$. [2]

ii) Көрсетіңіз: $\int_{-1}^3 \frac{1}{2x+3} dx = \ln 3$. [3]

iii) $4x^2 + 8x$ көпмүшелектің $2x + 3$ екімүшесіне бөлгендегі бөліндінің мәнін мен қалдықты табыңыз. [3]

iv) Көрсетіңіз $\int_{-1}^3 \frac{4x^2+8x}{2x+3} dx = 12 - 3\ln 3$. [3]

Задания экзаменационного формата

Из экзаменационной работы № 3, 2015 год

№ 5. Общее количество забитых голов на матче, разыгранном на некотором стадионе, подчиняется распределению Пуассона с параметром 1,8.

- Найдите вероятность того, что на матче в данном стадионе не будет забит гол. [2]
- Найдите вероятность того, что на матче в данном стадионе будет забито четыре или более голов. [2]
- В течение одного месяца на этом стадионе сыграли 21 матч. Найдите ожидаемое количество этих матчей, на которых не были забиты голы. Округлите свой ответ до сотых. [1]

9 а) Теңдікті дәлелдендер $\text{cosec}2x + \text{ctg}2x = \text{ctg}x, \quad x \neq 90n^\circ, \quad n \in Z$ [5]

б) Кейін $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ аралықта теңдеуді шешіндер $\text{cosec}(4\theta + 10^\circ) + \text{ctg}(4\theta + 10^\circ) = \sqrt{3}$ [5]

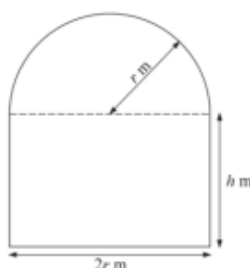
10 Теңдеуді шешіндер: $\pi - 3\arccos(x + 1) = 0$ [3]

9. t секундта шардың радиусы r см, шар көлемі V см³, шар бетінің ауданы S см².
 $(V = \frac{4}{3}\pi r^3, S = 4\pi r^2)$

Шардың көлемі тұрақты 3 см³/с жылдамдықпен өседі.

- а) Шар радиусы 4 см болғандағы радиустың өзгеру жылдамдығын табындар. [4]
 б) Шар радиусы 4 см болғандағы шар бетінің ауданының өзгеру жылдамдығын табындар. [2]

3. Терезе тіктөртбұрыш пен жарты шеңберден тұрады. Тіктөртбұрыш биіктігі h метр және ұзындығы $2r$ метр. Терезе периметрі 8 метр.



- i. h биіктігін r арқылы өрнектендер. [2]
 ii. Терезенің ауданы A келесі өрнекпен анықталатынын көрсетіндер:

$$A = 8r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2$$
 [4]

Егер r саны өзгерсе, онда

- iii. r –дің қандай мәнінде A стационар мәнге ие болады [4]
 iv. Табылған стационар мән максимум не минимум екенін анықтаңдар. [2]

9 l_1 және l_2 түзулердің теңдеулері берілген:

$$l_1: r = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad l_2: r = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

мұндағы λ, μ – параметр.

l_1 және l_2 түзулері A нүктесінде қиылысады және l_1 және l_2 түзулері арасындағы бұрыш θ болып келеді.

а) A нүктенің координаталарын табыңдар.

[1]

б) $\cos \theta$ мәнін табыңдар.

[3]

X нүктесі l_1 түзуінің бойында жатыр, мұндағы $\lambda = 4$.

с) X нүктенің координаталарын табыңдар.

[1]

д) $\overrightarrow{AX}$ вектордың координаталарын табыңдар.

[2]

е) $|\overrightarrow{AX}| = 4\sqrt{26}$ екенін көрсетіндер.

[2]

Y нүктесі l_2 түзуінің бойында жатыр және $\overrightarrow{YX}$ векторы l_1 түзуіне перпендикуляр болып келеді.

ф) AY кесіндінің ұзындығын табыңдар және жауапты үш мәнді санға дейін жуықтаңдар.

[3]

Из экзаменационной работы № 3, 2016 год

№ 10. [Во всех частях данного задания дайте ответ с точностью до тысячных. Если необходимо возьмите $e = 2,718$.]

а) Количество людей, которым в течение дня необходим экстренный прием в больнице № 16, моделируется распределением Пуассона с параметром 2. Вычислите вероятность того, что в больнице № 16 будет ровно два экстренных приема в день.

[2]

б) Вычислите вероятность того, что в больнице № 16 будет два или более экстренных приемов в день.

[2]

с) Количество людей, которым в течение дня необходим экстренный прием в больнице № 17, независимо моделируется распределением Пуассона с параметром 3. Вычислите вероятность того, что в определенный день в каждой из двух больниц будет ровно два экстренных приема.

[3]

д) Вычислите вероятность того, что в определенный день **общее количество** экстренных приемов в двух больницах будет меньше чем два.

[4]

- 8 Сирек кездесетін примула гүлі зерттелінді. Примула гүлінің P саны t уақытқа қатысты моделі келесі теңдеумен берілген

$$P = \frac{800e^{0.1t}}{1 + 3e^{0.1t}}, \quad t \geq 0, \quad t \in R$$

- (a) Зерттеу басында примула гүлдердің санын анықтаңдар. [2]
(b) $P = 250$ болғандағы дәл уақытта анықтаңдар және жауапты $\ln(b)$ түрінде беріңдер [4]
(c) $t = 10$ болғандағы $\frac{dP}{dt}$ дәл мәнін табыңдар [4]
(d) Примула гүлдердің саны ешқашан 270 бола алмайтындығын түсіндіріңдер. [1]