

ФАМИЛИЯ,
ИМЯ
КАНДИДАТА

НОМЕР
ЦЕНТРА

--	--	--	--	--

НОМЕР
КАНДИДАТА

--	--	--	--

МАТЕМАТИКА

12 класс

Экзаменационная работа 2

Май 2015

2 часа

Кандидаты выполняют работу в данном экзаменационном буклете.

Дополнительные материалы:

Калькулятор

Геометрические инструменты

Список формул и статистических таблиц

12MATHR/02

ПЕРЕД ВЫПОЛНЕНИЕМ РАБОТЫ ПРОЧИТАЙТЕ ИНСТРУКЦИЮ

Напишите фамилию, имя, номер центра и номер кандидата в верхней части страницы.

Пишите ручкой с темно-синей или черной пастой.

Разрешается пользоваться простым твердым карандашом для построения любых диаграмм, графиков или черновых записей и вычислений.

Запрещается пользоваться степлерами, скрепками, клеем или корректором.

НЕ ПИШИТЕ НА ШТРИХ-КОДАХ.

Ответьте на **все** вопросы.

Разрешается пользоваться электронными калькуляторами.

Вы можете потерять баллы, если не покажете свои вычисления или используете несоответствующие единицы измерения.

Записывайте неточные числовые ответы с точностью до 3 значащих цифр, а углы с точностью до 0,1°, если в вопросе не указана другая степень точности.

По окончании экзамена хорошо скрепите всю работу.

Количество баллов указано в скобках [] в конце каждого вопроса или части вопроса.

Общее количество баллов за эту работу — 90.

Для экзаменатора

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
Итого	

Этот документ состоит из **19** напечатанных страниц и **1** чистой страницы.

- 1 На диаграмме Аргана изобразите комплексные числа, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\operatorname{Re}(z) \geq 1 \quad \text{и} \quad |z - 2i| \leq 2.$$

Для
экзаменатора

[4]

2 Дано распределение вероятностей случайной величины X :

Для
экзаменатора

x	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	p

(a) Найдите значение p .

..... [1]

(b) Найдите математическое ожидание величины X .

..... [2]

(c) Найдите дисперсию величины X .

..... [3]

3 Решите уравнение

$$z^2 + 2z^* = 3z,$$

где z^* - число сопряженное z .

Для
экзаменатора

..... [6]

4 Дано уравнение кривой

$$x = 3 + \cos 2t$$

$$y = 3\sin t,$$

где $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

(a) Напишите уравнение кривой, выраженное только через x и y .

..... [3]

(b) Найдите точное значение градиента кривой в точке, где $t = \frac{\pi}{3}$.

..... [4]

5 Дана матрица $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2 & t & 3 \\ t & 0 & 1 \\ 4 & t & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Покажите, что определитель матрицы \mathbf{M} равен $2t(t + 1)$.

[3]

(b) Дана система из трех уравнений

$$2x + ty + 3z = 5,$$

$$tx + z = 2,$$

$$4x + ty + z = 1.$$

Определите значения t , при которых система уравнений не имеет единственного решения.

..... [1]

(с) Определите количество решений, если $t = 0$.

Для
экзаменатора

..... [3]

6 Решите уравнение

*Для
экзаменатора*

$$2\log_9(2x) - \log_9(x+1) = 1.$$

..... [7]

7 При разложении многочлена

Для
экзаменатора

$$z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 12z + 15$$

один из множителей равен $(z + 2 + i)$. Решите уравнение

$$z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 12z + 15 = 0.$$

..... [7]

8 Дана кривая

$$y = \frac{x^2 + 5x + 2}{x - 2}.$$

Для
экзаменатора

(a) Найдите уравнения асимптот кривой.

..... [3]

(b) Найдите $\frac{dy}{dx}$.

..... [3]

- (c) Отсюда определите все значения x , при которых y возрастает, если возрастает x .

Для
экзаменатора

..... [2]

9 (a) Используя теорему Муавра, покажите, что

$$\cos 4\theta \equiv 8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1.$$

Для
экзаменатора

[4]

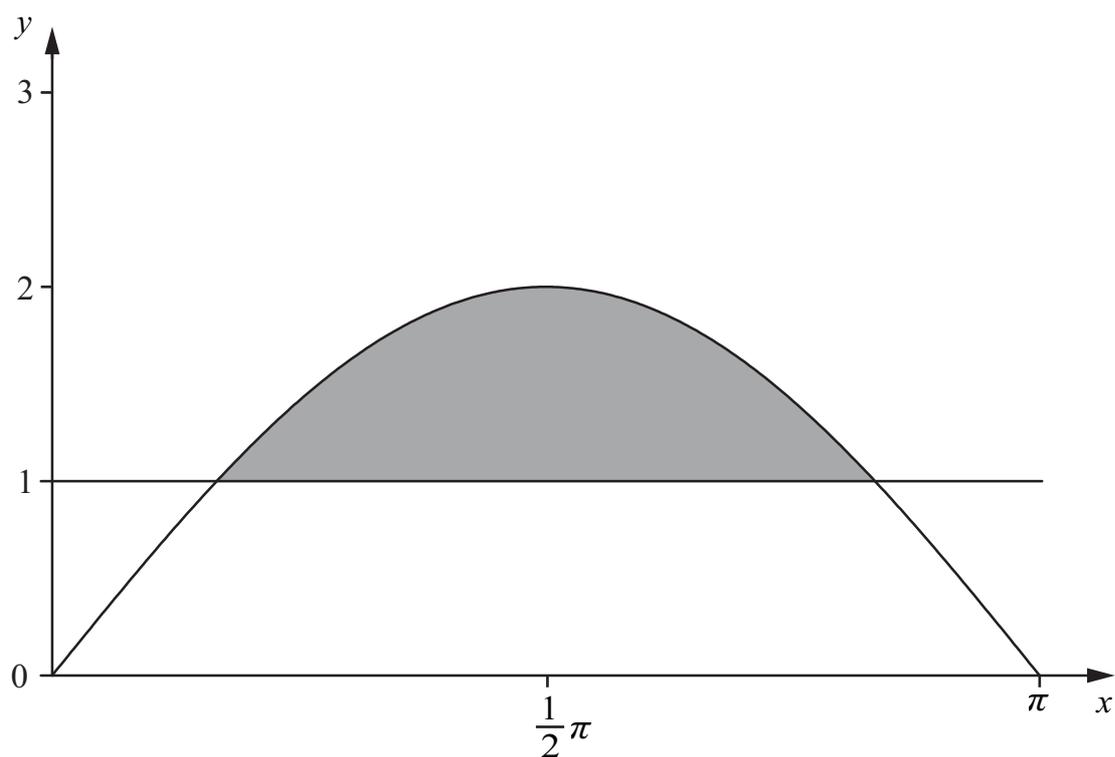
(b) Отсюда или другим способом решите уравнение

$$\cos^4 \theta = \frac{1}{8} \cos 4\theta, \text{ где } 0^\circ < \theta < 360^\circ.$$

Для
экзаменатора

..... [4]

10

Для
экзаменатора

Затемненная область, ограниченная прямой $y = 1$ и кривой $y = 2\sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$), вращается вокруг оси x и образует геометрическое тело F .

Найдите точный объем тела F .

..... [10]

11 (a) Найдите количество различных перестановок букв в слове

ISOSCELES.

..... [2]

(b) Найдите количество различных перестановок букв в слове

ISOSCELES

в которых три буквы 'S' стоят рядом, а две буквы 'E' не стоят рядом друг с другом.

..... [3]

(с) Порядок букв в слове

Для
экзаменатора

I S O S C E L E S

выбирается случайно, но так чтобы две буквы 'E' не стояли рядом друг с другом. Найдите вероятность того, что три буквы 'S' будут стоять рядом. Ответ округлите до десятитысячных.

..... [3]

- 12 (a) Для ненулевых значений a , n и k даны первые четыре члена биномиального разложения $(1 + ax)^n$ по возрастанию степеней x

Для
экзаменатора

$$1 + \frac{10}{3}x + kx^2 + kx^3.$$

Найдите значения a , n и k .

$a =$, $n =$, $k =$ [6]

- (b) Покажите, что первые три члена в биномиальном разложении $(2 + x)^{-2}$ по возрастанию степеней x будут

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x + \frac{3}{16}x^2.$$

Для
экзаменатора

[3]

- (c) При помощи разложений из частей (a) и (b) найдите коэффициент x^2 в разложении

$$\frac{(1 + ax)^n}{(2 + x)^2}.$$

..... [3]

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

Cambridge International Examinations is part of the Cambridge Assessment Group. Cambridge Assessment is the brand name of University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is itself a department of the University of Cambridge.