
МАТЕМАТИКА

12 класс

Экзаменационная работа 2

Май 2015

СХЕМА ВЫСТАВЛЕНИЯ БАЛЛОВ

Максимальный балл: 90

Этот документ состоит из **9** напечатанных и **1** чистой страницы.

Выставляемые баллы

- Количество баллов, выставляемых за каждую часть вопроса, должно быть записано в столбце «Для экзаменатора» с правой стороны страницы с помощью примечаний, указанных в схеме выставления баллов, например, M1 A1.
- Невозможно выставить половину балла.
- Общее количество баллов за каждый вопрос должно быть посчитано и записано на обложке вопросника, и сложено для получения итогового балла за экзаменационную работу.
- Если в условии задания кандидатам дают указание использовать определенный метод, то именно этот метод необходимо применить.
- В других вопросах принимается любой валидный альтернативный метод, и кандидатам необходимо выставить эквивалентные баллы за выполнение сравнительных действий в их решениях.
- При оценивании вопросов необходимо уделить особое внимание вычислениям, которые ведут к данному решению – кандидат должен предоставить полное обоснование полученного результата.
- Если вопрос требует точного решения, то в своих вычислениях кандидат должен использовать точные значения.

Примечания и аббревиатуры

М Баллы выставляются за применение правильного метода и не отнимаются за исключительно вычислительные ошибки.

А Баллы выставляются за правильный ответ и зависят от предыдущих баллов **М**. Следовательно, нельзя выставить баллы **A1** после **M0**.

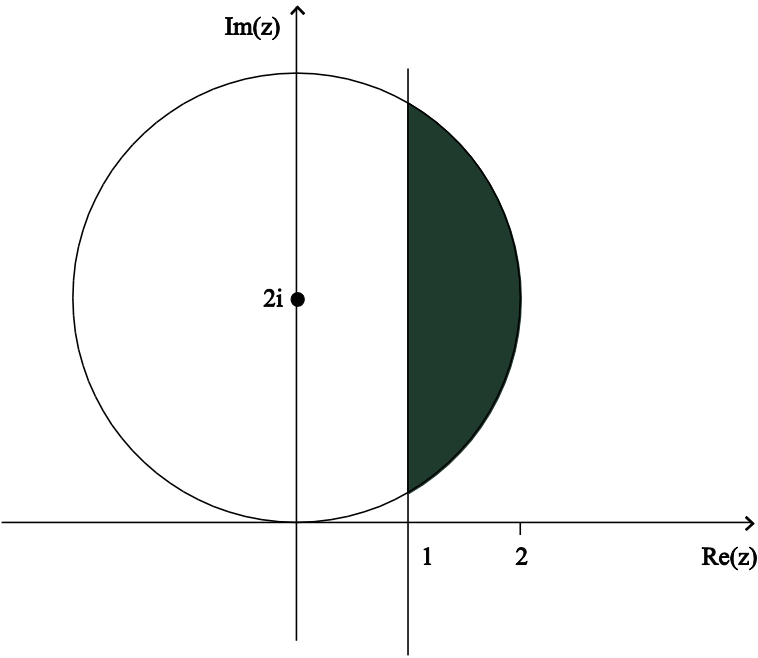
В Баллы независимы от баллов **М** и выставляются за правильный окончательный ответ или правильное промежуточное действие.

DM или **DB** (или *dep**) используются для указания того, что определенный балл **М** или **В** зависит от более раннего балла **М** или **В** (со звездочкой) в схеме выставления баллов.

Если в схеме выставления баллов указано «следует из»/«follow through» (**ft**), значит, баллы можно выставить там, где работа кандидата правильно продолжается с предыдущего ответа, неважно правильный ли был ответ или нет.

оee: or exact equivalent (или точный эквивалент)

ее: each error (отнимается 1 балл за каждую ошибку (вплоть до максимального балла, доступного за эту часть))

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительное руководство
1	 Правильно чертит прямую Центр окружности 2i Радиус окружности 2 Правильную область показывает затемнением	B1 B1 B1 B1 [4]	Принимается, если видна только соответствующая часть окружности (примечание относится ко 2-му и 3-му B1) Или эквивалент
2 (a)	$p = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{13}{60}$	B1 [1]	
2 (b)	$M(X) = 1 + 1 + 1 + 6 \times \frac{13}{60} = 4,3$	M1 A1 [2]	Любая эквивалентная форма записи числа
2 (c)	$D(X) = \frac{9}{3} + \frac{16}{4} + \frac{25}{5} + 36 \times \frac{13}{60} - 4,3^2$ $= 1,31$	M1 M1 A1 [3]	$M(X^2)$ Использована правильная формула для дисперсии, которая следует из своего значения для $M(X)$

3	$x^2 + 2ixy - y^2 + 2x - 2iy = 3x + 3iy$ $2ixy - 2iy = 3iy$ $2xy = 5y \Rightarrow y = 0 \text{ или } x = \frac{5}{2}$ $x^2 - y^2 + 2x = 3x$ $z = \frac{5}{2} \pm i \frac{\sqrt{15}}{2}$ $z = 0, z = 1$	B1 M1 A1 M1 A1 B1 [6]	Подстановка $z = x + iy$ Приравнивает мнимые части Для любого из них Приравнивает действительные части, получает уравнение, выраженное через x и y
4 (a)	$x - 3 = \cos 2t, \frac{y}{3} = \sin t \text{ и использует}$ $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$ $x - 3 = 1 - 2 \frac{y^2}{9}$ $x + \frac{2y^2}{9} = 4$	M1 A1 A1 [3]	Принимается эквивалент, состоящий из 3 членов
4 (b)	$t = \frac{\pi}{3}, y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\frac{d}{dx}(y^2) = 2y \frac{dy}{dx}$ $1 + \frac{4}{9} y \frac{dy}{dx} = 0$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	B1 B1 M1 A1 [4]	Дифференцирование неявной функции Принимается точный эквивалент
4 (b) альт.	$\frac{dy}{dt} = 3\cos t, \frac{dx}{dt} = -2\sin 2t$ $\text{Использует } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{3\cos t}{2\sin 2t} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	B1B1 M1 A1 [4]	По одному баллу за каждый Использование цепного правила Принимается любой правильный альтернативный метод.

5 (a)	$\det(\mathbf{M}) = 2(0 - t) - t(t - 4) + 3(t^2 - 0)$	M1	Или эквивалент
		A1	Не учитывать ошибку в одном знаке в неупрошенном выражении
	$= -2t - t^2 + 4t + 3t^2 = 2t^2 + 2t = 2t(t + 1)$	A1 [3]	Получает ответ
5 (b)	$t = 0, t = -1$	B1 [1]	Необходимы оба
5 (c)	$2x + 3z = 5$ $z = 2$ $4x + z = 1$ $\Rightarrow 2x = -1, 4x = -1$	B1	$z = 2$
		M1	Подставляет в оба или решает систему двух уравнений относительно x и z .
	Противоречат друг другу, поэтому нет решений.	A1 [3]	
6	Использует $1 = \log_9 9$	B1	Очевидно
	Использует $2\log_9 (2x) = \log_9 (2x)^2$	M1	Принимать $\log_9 (2x)^2$
	$\frac{4x^2}{x+1} = 9$	M1	Использует свойства логарифма и получает уравнение без логарифма
	$4x^2 - 9x - 9 = 0$	A1	Любой эквивалент в виде трехчлена
	$(4x + 3)(x - 3) = 0$	M1	Метод решения квадратного уравнения
	$x = 3$	A1	Подразумевает исключение $-\frac{3}{4}$
	$x = -\frac{3}{4}$ исключает	A1 [7]	Должен быть указан / понятным

7	$(z + 2 - i)$ - множитель $(z + 2 + i)(z + 2 - i) =$ $\dots = z^2 + 4z + 5$ Делит столбиком до $z^2 + kx + \dots$ $(z^2 + 3)$ $\pm \sqrt{3}i$ $-2 \pm i$	B1 M1 A1 M1 A1 A1 B1 [7]	Использование сопряженного числа Умножает для получения квадратного множителя Правильный множитель Или эквивалент
8 (a)	$x = 2$ $x^2 + 5x + 2 = (x - 2)(x + 7) + \text{остаток}$ $y = x + 7$	B1 M1 A1 [3]	Делит до $x + k$
8 (b)	$\frac{dy}{dx} = \frac{(x - 2)(2x + 5) - (x^2 + 5x + 2)}{(x - 2)^2}$ $\frac{x^2 - 4x - 12}{(x - 2)^2}$	M1 A1 A1 [3]	Использование правила производной от частного Правильное неупрощенное Принимается в (c), если нет в (b)
8 (c)	$\frac{x^2 - 4x - 12}{(x - 2)^2} > 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 2) > 0$ $x > 6$ или $x < -2$	M1 A1 [2]	Принимается $\geq, \leq$
9 (a)	$(\cos \theta + i \sin \theta)^4 = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$ $\cos^4 \theta + 4i \sin \theta \cos^3 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 4i \sin^3 \theta \cos \theta + \sin^4 \theta$ $\cos 4\theta = \cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) + (1 - \cos^2 \theta)^2$ Следовательно, $\cos 4\theta = 8 \cos^4 \theta - 8 \cos^2 \theta + 1$	B1 M1 M1 A1 [4]	Биномиальное разложение. Правильное неупрощенное Приравнивает действительные части и использует $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ Получает данный ответ

9 (b)	$8\cos^4 \theta = \cos 4\theta \Rightarrow 8\cos^2 \theta = 1$ $\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{8}}, \theta = 69,3^\circ$ $\theta = 110,7^\circ$ $\theta = 249,3^\circ, \theta = 290,7^\circ$	B1 M1 A1 A1 [4]	Одно правильное решение Второе правильное решение Еще два решения и больше никаких решений в интервале
10	Пределы $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ Объем цилиндра $= \pi \times 1^2 \times \left(\text{свое} \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right)$ $= \frac{2}{3} \pi^2$ Объем, ограниченный кривой $= \pi \int 4\sin^2 x dx$ $= \pi \int 4 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx$ $= 2\pi \left[x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]$ $= 2\pi \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) - \pi \left(\sin \frac{5\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right)$ Объем $\frac{4}{3} \pi^2 + 2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3} \pi^2$ $= \frac{2}{3} \pi^2 + \sqrt{3} \pi$	B1 B1 M1 A1 M1 M1 A1 A1 M1 A1 [10]	Один балл за каждое правильное значение Или $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} 1 dx$ Или эквивалент Игнорировать пределы Использование формулы двойного угла Правильное использование правильных пределов

11 (a)	$\frac{9!}{3!2!}$ 30240	M1 A1 [2]	Принимаются правильные эквивалентные методы
11 (b)	$(5!) \times \frac{(6 \times 5)}{2}$ 1800	M1 M1 A1 [3]	Если рассматривать $3 \times S$ как один символ Размещение буквы 'E' Принимаются правильные эквивалентные методы
11 (c)	Буквы E отдельно $\frac{7!}{3!} \times \frac{8 \times 7}{2} (= 23520)$ S вместе E отдельно $\frac{1800}{23520}$ =0,0765	M1 M1 A1 [3]	Принимается неупрощенное Правильно использует их значения Принимаются правильные эквивалентные методы
12 (a)	$(1+ax)^n = 1 + \frac{10}{3}x + kx^2 + kx^3$ $na = \frac{10}{3}$ $\frac{n(n-1)a^2}{2} = \frac{n(n-1)(n-2)a^3}{3!}$ $(n-2)a = 3$ $2a = \frac{1}{3}, a = \frac{1}{6}$ $n = 20$ $k = \frac{20 \times 19}{2} \times \frac{1}{36} = \frac{190}{36}$	B1 M1 A1 M1 A1 A1 [6]	Коэффициенты x^2 и x^3 равны Решает с одной неизвестной Или точный эквивалент

12 (b)	$\frac{1}{4}\left(1+\frac{x}{2}\right)^{-2} = \frac{1}{4}\left(1-x+\frac{2\times 3}{2}\times\frac{x^2}{4}+\dots\right)$ Данный результат получает правильно	M1 A1 A1 [3]	Разложение $\left(1+\frac{x}{2}\right)^{-2}$ до $1-x$ Коэффициент x^2 $\frac{1}{4}(\dots)$
12 (c)	Коэффициент x^2 в произведении $= \frac{1}{4}\left(k+(-1)\times\frac{10}{3}+1\times\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ $= \frac{97}{144}$	M1 A1 A1 [3]	Выбор правильных членов (из произведения правильного вида) Правильное неупрощенное значение для их разложения и k 0,6736 Принимается 0,674

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА