

ФАМИЛИЯ,
ИМЯ
КАНДИДАТА

--

НОМЕР
ЦЕНТРА

--	--	--	--	--	--

НОМЕР
КАНДИДАТА

--	--	--	--	--	--

МАТЕМАТИКА

12 класс

Экзаменационная работа 3

Май 2015

2 часа

Кандидаты выполняют работу в данном экзаменационном буклете.

Дополнительные материалы:

Калькулятор
Геометрические инструменты
Список формул и статистических таблиц

12MATHR/03

ПЕРЕД ВЫПОЛНЕНИЕМ РАБОТЫ ПРОЧИТАЙТЕ ИНСТРУКЦИЮ

Напишите фамилию, имя, номер центра и номер кандидата в верхней части страницы.

Пишите ручкой с темно-синей или черной пастой.

Разрешается пользоваться простым твердым карандашом для построения любых диаграмм, графиков.

Запрещается пользоваться степлерами, скрепками, клеем или корректором.

НЕ ПИШИТЕ НА ШТРИХ-КОДАХ.

Ответьте на **все** вопросы.

Разрешается пользоваться электронными калькуляторами.

Вы можете потерять баллы, если не покажете свои вычисления или используете несоответствующие единицы измерения.

Записывайте неточные числовые ответы с точностью до 3 значащих цифр, а углы с точностью до $0,1^\circ$, если в вопросе не указана другая степень точности.

По окончании экзамена хорошо скрепите всю работу.

Количество баллов указано в скобках [] в конце каждого вопроса или части вопроса.

Общее количество баллов за эту работу —80.

Для экзаменатора

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
Итого	

Этот документ состоит из **19** напечатанных страниц и **1** чистой страницы.



- 1 Производитель изготавливает катушки электрического кабеля. Длины кабелей в метрах при случайной выборке 15 катушек равны следующим значениям:

114	102	92	93	103
107	105	100	118	99
103	97	109	96	104

- (a) Постройте диаграмму «стебель-листья» для представления этих данных.

[3]

- (b) Найдите среднее значение длин электрического кабеля в этой выборке. Найдите стандартное (среднеквадратичное) отклонение и округлите с точностью до тысячных.

Для
экзаменатора

среднее значение =

стандартное отклонение = [3]

- 2 Транспортная фирма использует x больших грузовиков и y маленьких грузовиков для перевозки гравия. На эксплуатацию большого грузовика уходит 25 000 тенге в день, а маленького грузовика 10 000 тенге в день. Максимальные общие эксплуатационные расходы фирмы составляют 125 000 тенге в день.

(a) Покажите, что $5x + 2y \leq 25$.

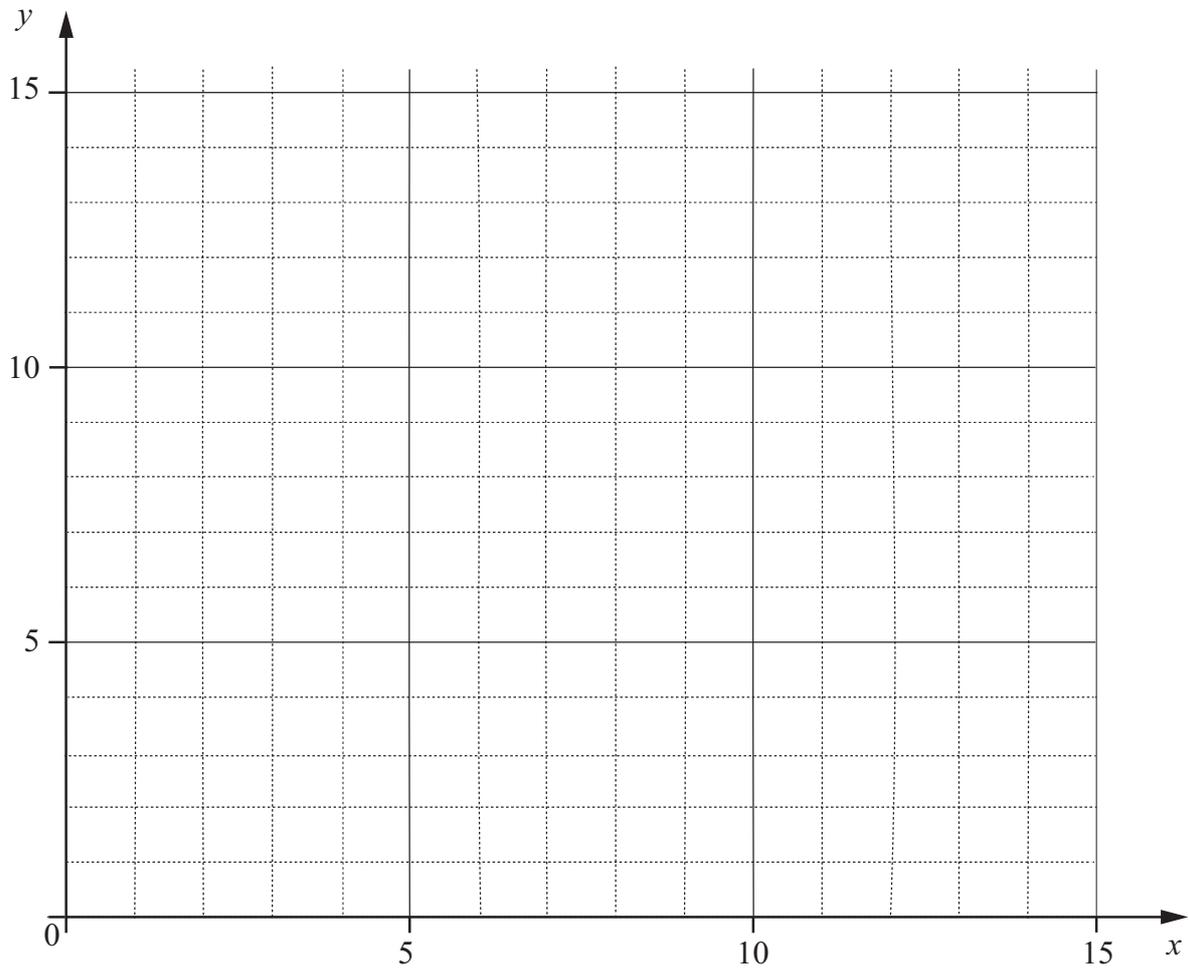
[2]

Каждый большой грузовик может перевезти 25 тонн гравия, а каждый маленький грузовик 15 тонн гравия. Фирме необходимо перевезти не менее 150 тонн гравия в день, но каждый грузовик может совершить только один рейс в день.

(b) Выразите эту информацию в виде неравенства, содержащего x и y .

[2]

- (c) Представьте эти неравенства в виде графика. Четко обозначьте область, которая показывает допустимые значения x и y .



[3]

- (d) Фирма желает уменьшить количество используемых грузовиков. Запишите количество больших грузовиков и количество маленьких грузовиков, при котором выполняются эти условия.

..... [1]

- 3 На рисунке показана цветочная клумба в форме параллелограмма $ABCD$ с координатами вершин A , B и C . Все длины даны в метрах.

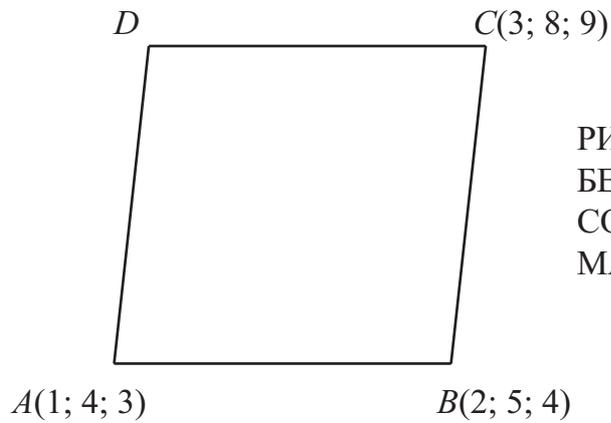


РИСУНОК
БЕЗ
СОБЛЮДЕНИЯ
МАСШТАБА

- (a) Найдите векторное произведение \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} .

..... [3]

- (b) Отсюда или иным способом найдите точную площадь клумбы.

..... [2]

4 На упаковке молока в магазине написано

“ОБЪЕМ: 2 ЛИТРА”.

Фактически объем молока в упаковках подчиняется нормальному распределению со средним значением 2,026 литра и стандартным отклонением 0,015 литра.

(a) Упаковка в магазине выбирается случайно. Покажите, что вероятность содержания в упаковке менее 2 литров молока равна 0,0415.

[4]

(b) Потребитель покупает 20 таких упаковок. Найдите вероятность того, что максимум одна упаковка содержит менее 2 литров молока.

..... [3]

5 Общее количество забитых голов на матче, разыгранном на некотором стадионе, подчиняется распределению Пуассона с параметром 1,8.

(a) Найдите вероятность того, что на матче в данном стадионе не будет забит гол.

..... [2]

(b) Найдите вероятность того, что на матче в данном стадионе будет забито четыре или более голов.

..... [2]

- (с) В течение одного месяца на этом стадионе сыграли 21 матч. Найдите ожидаемое количество этих матчей, на которых не были забиты голы. Округлите свой ответ до сотых.

Для
экзаменатора

..... [1]

6 Высота воды в пристани задается уравнением

$$h(t) = 5,4 + 4,6 \sin\left(\frac{\pi}{6}(t+3)\right), \quad 0 \leq t < 12,$$

где $h(t)$ - высота воды в метрах, а t - время в часах с последнего прилива.

(a) Найдите максимальную высоту воды в пристани.

..... [1]

(b) Найдите минимальную высоту воды в пристани и значение t при достижении этой минимальной высоты.

..... [3]

- (c) При $t = 7$ высота воды возрастает. Найдите скорость возрастания высоты воды в метрах/час. Округлите свой ответ с точностью до тысячных.

Для
экзаменатора

..... [3]

- (d) Оценивая $\frac{d}{dt} h(t)$, найдите значение t , при котором высота воды возрастает быстрее всего.

..... [2]

7 Большое количество учеников сдают экзамен. Каждый ученик может сдавать экзамен до трех раз. Кто успешно сдал этот экзамен, повторно его не сдает.

Вероятность сдачи экзамена учеником с первой попытки равна 0,6.

Вероятность сдачи экзамена учеником со второй попытки равна 0,8.

Вероятность сдачи экзамена учеником с третьей попытки равна 0,4.

(a) Найдите вероятность того, что у случайно выбранного ученика все три попытки окажутся неудачными.

..... [2]

(b) Найдите вероятность того, что у случайно выбранного ученика первая попытка окажется неудачной, но он сдаст экзамен со второй или третьей попытки.

..... [3]

- (c) Покажите, что вероятность успешной сдачи случайно выбранным учеником экзамена равна 0,952.

Для
экзаменатора

[2]

- (d) Допустим, что ученик успешно сдал экзамен. Найдите вероятность того, что ему потребовалось ровно две попытки.

..... [3]

8 Частица совершает простое гармоническое движение. Отклонение от центра колебания частицы равно x метрам за время t секунд.

(a) Покажите, что $x = A\cos 5t + B\sin 5t$ является общим решением дифференциального уравнения

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0.$$

[3]

(b) $x = 2$ при $t = \frac{1}{10}\pi$, а $\frac{dx}{dt} = \sqrt{2}$ при $t = \frac{1}{20}\pi$. Найдите значение A и значение B .

$A =$ $B =$ [2]

(c) Покажите, что $x = \frac{9}{5}\sqrt{2}$ при $t = \frac{1}{20}\pi$.

Для
экзаменатора

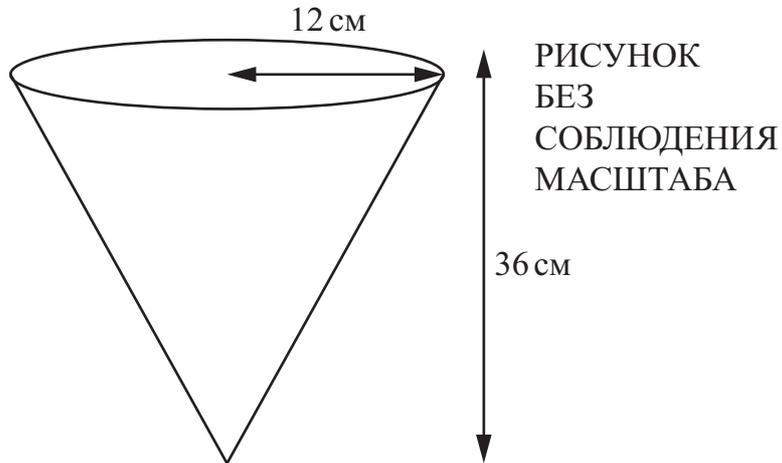
[2]

(d) Найдите наименьшее положительное значение t , при котором скорость частицы равна нулю. Округлите свой ответ с точностью до тысячных.

..... [4]

- 9 На рисунке показан пустой контейнер в форме кругового конуса с высотой 36 см и радиусом 12 см. В этот контейнер наливают воду со скоростью 15 кубических сантиметров в секунду.

(Объем конуса = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$.)



- (a) Определите значение $\frac{dV}{dt}$, где V - объем воды в контейнере в см^3 за время t секунд.

..... [1]

- (b) Найдите скорость, с которой поднимается поверхность воды в момент, когда глубина воды равна 10 см.

Для
экзаменатора

..... [5]

- 10 На рисунке показана крыша маленького здания с треугольными гранями OAB и CDE и прямоугольными гранями $OADC$ и $BADE$. Отрезки OC и BE перпендикулярны плоскости OAB . Все длины даны в метрах. Положения вершин A , B и C относительно начала координат O заданы соответственно векторами \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} .

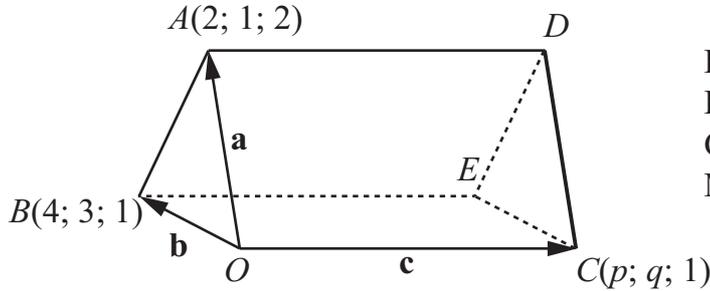


РИСУНОК
БЕЗ
СОБЛЮДЕНИЯ
МАСШТАБА

- (a) Покажите, что грань OAB является равнобедренным треугольником.

[2]

- (b) Вычислите угол AOB и отсюда найдите площадь треугольника OAB .

[4]

(c) Найдите значения p и q . Запишите уравнение плоскости OAB .

Для
экзаменатора

..... [5]

(d) Требуется, чтобы объем крыши был не менее 16 м^3 . Определите, выполняется ли это требование.

..... [2]

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

Cambridge International Examinations is part of the Cambridge Assessment Group. Cambridge Assessment is the brand name of University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is itself a department of the University of Cambridge.