



«Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ
Cambridge International Examinations

МАТЕМАТИКА

12-сынып

Емтихан жұмысы 2

Мамыр 2018

БАЛЛ ҚОЮ КЕСТЕСІ

Максималды балл: 90

12MATHK/02

5 нұсқа 15.05

Бұл құжат бастырылған 8 беттен тұрады.

Қойылатын балдар

- Сұрақтың әр бөлігіне қойылатын балл саны емтихан парағының оң жағында орналасқан «Емтихан алушыға» деген бағанға балл қою схемасында көрсетілген түсініктемелерді қолдану арқылы жазылуы тиіс, мысалы, M1 A1.
- Жарты балл қойылуы мүмкін емес.
- Егер сұрақта үміткерден нақты бір тәсілді пайдалануға нұсқау берілген болса, онда сол тәсіл пайдаланылуы керек.
- Басқа сұрақтарда кез келген орынды альтернативті тәсілді пайдалану қолайлы болады, және үміткерлер өз шешімінің салыстырмалы кезеңіне қол жеткізсе эквивалентті балдары берілуі қажет.
- Берілген шешімнің шығу жолын көрсетуді талап ететін сұрақтарды бағалағанда аса мұқияттылық керек, себебі үміткер шыққан нәтижені толығымен негіздеуі керек.
- Егер сұрақтың дәл шешімін табу керек болса, үміткер есептеу барысында нақты мәндерді қолдануы тиіс.
- Қабылдауға жарамды жауапқа қол жеткізілсе, кез келген кейінгі жұмыс еленбейді

Түсініктемелер мен қысқартулар

М Балл дұрыс тәсілді қолданғаны үшін беріледі, есептеу кезіндегі қателер үшін балл шегерілуі мүмкін емес.

А Балл дәл келтірілген жауап үшін беріледі және алдыңғы М балына тәуелді болады. Сондықтан, M0 A1 деген балл берілуі мүмкін емес.

В Алдыңғы М балына тәуелді емес және соңғы дұрыс жауап немесе шешімнің дұрыс аралық кезеңі үшін беріледі.

DM немесе **DB** (немесе der*) Нақты М немесе В балы балл қою кестесіндегі алдыңғы М немесе В (*) балына тәуелді екенін көрсету үшін пайдаланылады.

Егер балл қою кестесінде **ft** көрсетілген болса, үміткердің алдыңғы жауабының дұрыс немесе бұрыстығына қарамастан, сол жауаптан дұрыс жалғасатын жұмыс үшін балл берілуі мүмкін.

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
1 (a)	$4 + 8 + 10 + 16 + 24 + 4 = 66$	B1 [1]	
1 (b)	$4 \times 7 + 8 \times 9 + 10 \times 11 + 16 \times 13 + 24 \times 16 + 4 \times 20$ Орташа = $\frac{28 + 72 + 110 + 208 + 384 + 80}{66}$ $= \frac{882}{66} = 13.4$ (см)	M1 M1 A1 [3]	Қосынды (жиілік · орташа) $\frac{\text{their sum}}{66}$ 13,4 немесе жақсырақ
2(a)	$\frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$ $3 \times 15 - 2 \times 30$ $= -15^\circ$	B1 M1 A1 [3]	Бұрыштардың дұрыс комбинациясы 345° қабылдаңыз
2(b)	$\frac{-180}{-15} = 12$	B1 [1]	Жұмыс көрсетілмеген дұрыс жауапты рұқсат етіңіз
3(a)	$\text{tg}(\arctg x + \arctg 3x) = \frac{x + 3x}{1 - 3x^2}$ $\Rightarrow \arctan(x) + \arctan(3x)$ $= \arctan\left(\frac{4x}{1 - 3x^2}\right)$	M1 A1 [2]	$\text{tg}(\alpha + \beta)$ немесе $\arctg x + \arctg y = \arctg \frac{x + y}{1 - xy}, xy < 1$ формуласын қолданады Жауап берілген
3(b)	$\frac{4x}{1 - 3x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow 3\sqrt{3}x^2 + 8x - \sqrt{3} = 0$ $\Rightarrow (3\sqrt{3}x - 1)(x + \sqrt{3}) = 0$ тек $\Rightarrow x = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ немесе эквивалент	M1 A1 M1 A1 [4]	Бұрыштарды теңестіру Толық квадрат теңдеу Толық квадрат теңдеуді жіктеу арқылы немесе формуланың көмегімен шығарады 0,192(450...) қабылдаңыз

4(a)	$9(x-1)^2 > (x+5)^2$ $9x^2 - 18x + 9 > x^2 + 10x + 25$ $\Rightarrow 2x^2 - 7x - 4 > 0, (2x+1)(x-4) > 0$ Сындық мәндері $-\frac{1}{2}$ және 4 $\Rightarrow x > 4 \text{ немесе } x < -\frac{1}{2}$	B1 M1 A1 A1 [4]	Көрінеді немесе тұспалдайды Үшмүшелі квадрат теңсіздік (немесе теңдеу) x -ке қатысты шешеді Көрінеді немесе тұспалдайды
4(a) alt	$3x - 3 = x + 5 \Rightarrow x = 4$ $3 - 3x = x + 5$ $\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow x > 4 \text{ or } x < -\frac{1}{2}$	B1 M1 A1 A1	Жұмыспен (жұмыссыз) немесе графиктен. Теңдеу немесе теңсіздік $3x$ және x -тің таңбалары әртүрлі болатын теңдеу немесе теңсіздік Тек қана жауап үшін (мысалы, графиктен) M1 A1 рұқсат етіңіз
4(b)	$7^n = 4 \Rightarrow n = \frac{\ln 4}{\ln 7}$ $\Rightarrow n = 0,712$	M1 A1 [2]	Негізі кез-келген логарифмді қолданып, $a > 0$ үшін $7^n = a$ түріндегі теңдеуді шешеді
5(a)	$1 - (P(0) + P(1)) = 1 - (e^{-3} + 3e^{-3})$ $= 0,801$	M1 A1 [2]	Есептеуде немесе кестені қолдануда Немесе дәлірек
5(b)	$(0,801)^2$ $= 0,642 \text{ (немесе } 0,641 \text{ (a)-дағы дұрыс жауаптан)}$	M1 A1 [2]	(a) бөліміндегі өзінің жауабынан шығады, ол 0 мен 1 арасында болуы шарт Немесе дәлірек
5(c)	$\frac{e^{-6} \times 6^4}{4!}$ $= 0,134$	M1 A1 [2]	$\lambda = 6$ немесе $\lambda = 3$ және барлық комбинацияларды пайдаланады (0+4, 1+3, 2+2, 3+1, 4+0) Немесе дәлірек

6(a)	$R = \sqrt{13}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$ $R=3,61$ және $\alpha = 56.31^\circ$ (2 ондық таңбаға дейін)	B1 M1 A1 [3]	α мәнін табу үшін тригонометрияны дұрыс пайдалану Тек екеуіде болса қабылдаңыз. Көрінеді немесе тұспалдайды
6(b)	$\arccos\left(\frac{0.8}{\sqrt{13}}\right) = 77.18^\circ$ $2x + 56,31 = 77,18$ $x = 10,4^\circ$	B1 M1 A1 [3]	Көрінеді немесе тұспалдайды x үшін $2x + \text{өзінің } 56,31 = \text{өзінің } 77,18$ шешеді Мәні дұрыс және басқа ешқайсысы емес
7(a)	$\frac{\sin 2\theta \sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta \sin \theta}{1 + \cos \theta}$ $\left(= \frac{2 \cos \theta \sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} \right)$ $= \frac{2 \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)}{1 + \cos \theta}$ $= 2 \cos \theta (1 - \cos \theta) = 2 \cos \theta - 2 \cos^2 \theta$	M1 M1 A1 [3]	Кос бұрыш формуласын қолданады Қолд. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ Жауап берілген
7(a) alt	$\frac{\sin 2\theta \sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\sin 2\theta \sin \theta (1 - \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta}$ $= \frac{\sin 2\theta (1 - \cos \theta)}{\sin \theta}$ $= \frac{2 \sin \theta \cos \theta (1 - \cos \theta)}{\sin \theta}$ $= 2 \cos \theta (1 - \cos \theta) = 2 \cos \theta - 2 \cos^2 \theta$	M1 M1 A1	Қолд. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ Кос бұрыш формуласын қолданады Жауап берілген
7(b)	$\int 2 \cos \theta - 2 \cos^2 \theta d\theta$ $= \int 2 \cos \theta - (\cos 2\theta + 1) d\theta$ $= p \sin \theta + q \sin 2\theta + r \theta$ $= 2 \sin \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta - \theta$ $= \left[2 - 0 - \frac{\pi}{2} \right] - \left[\sqrt{2} - \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \right]$ $= \frac{5}{2} - \sqrt{2} - \frac{\pi}{4}$	B1 M1 A1 M1 A1 [5]	Кос бұрышпен алмастыру Дұрыс пішінді интеграл, $pqr \neq 0$ Мәндері дұрыс Шекараларды дұрыс қолд. Немесе эквивалентті ықшамдалған өрнек

8(a)	$(2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2$ $(2 + i)^3 = 8 + 12i + 6i^2 + i^3$ $(2 + 11i) - a(3 + 4i) + (2 + i) + c = 0$ $-3a + c + 4 = 0, 12 - 4a = 0$ $a = 3, c = 5$	M1 M1 A1 M1 A1 [5]	f(z)-ке қояды немесе эквивалент жорамал және нақты бөліктерін салыстырады және a мен c үшін шешеді
8(b)	2 - i түбірі $(2 - i)(2 + i) = 5$ Барлық үш түбірдің көбейтіндісі = -5 Үшінші түбір = -1	B1 M1 A1 [3]	Альтернатива: f(z)-ті $(z - 2 - i)(z - 2 + i) = (z^2 - 4z + 5)$ квадрат көбейткішке бөледі
8 альт (a) және (b) бөлімд	2 - i түбірі Түбірлердің қосындысы $(2 + i) + (2 - i) = 4$ Түбірлердің көбейтіндісі $(2 + i)(2 - i) = 5$ $\rightarrow z^2 - 4z + 5$ $f(z) = (z^2 - 4z + 5)(z - k)$ $= z^3 - z^2(k + 4) + z(4k + 5) - 5k$ $\Rightarrow 4k + 5 = 1, k = -1$ $a = 3, c = 5$ Үшінші түбір = -1	B1 M1 A1 M1 A1 M1 A1 A1 [8]	Квадрат тендеу коэфф-рін табудың толық әдісі $z^2 - (\text{қос-ды})z + (\text{көб-ді})$ z - k түріндегі сызықтық көбейткіш және k үшін шешу a және c үшін шешу
9(a)	$g'(x) = e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}xe^{-\frac{1}{2}x}$ $\left(= \left(1 - \frac{1}{2}x \right) e^{-\frac{1}{2}x} \right)$ $g'(x) < 0$ $\Rightarrow x > 2$	M1 A1 M1 A1 [4]	Көбейтіндінің туындысын дұрыс қолдану Кез келген түрде дұрыс Интервал әдісі $x \geq 2$ немесе эквивалент қабылдаңыз
9(b)	$\int xe^{-\frac{1}{2}x} dx = pxe^{-\frac{1}{2}x} \pm \int qe^{-\frac{1}{2}x} dx$ $= -2xe^{-\frac{1}{2}x} + \int 2e^{-\frac{1}{2}x} dx$ $= -2xe^{-\frac{1}{2}x} - 4e^{-\frac{1}{2}x} (+C)$ $= -4e^{-1} - 4e^{-1} + 0 + 4$ $= 4 - \frac{8}{e}$	M1* A1 A1 DM1 A1 [5]	Бөліктеп интегралдауды дұрыс бағытта қолдану Шекараларды дұрыс қолд. Алдыңғы M балына тәуелді Кез келген эквивалентті ықшамдалған түрі

10(a)	$\int (k - y) dy = \int 2x dx$ $ky - \frac{y^2}{2} = x^2 (+ C)$ $\Rightarrow 0 = 4 + C$ және $3k - \frac{9}{2} = C$ $\Rightarrow \frac{1}{6}y - \frac{1}{2}y^2 = x^2 - 4$	M1 A1 A1 M1 M1 A1 [6]	Айнымалыларды бөлу және кем дегенде бір жағын интегралдау әрекеті (2, 0) пайдалану (0, 3) пайдалану Немесе эквивалент
10(b)	Градиент в (2, 0) = $\frac{4}{1/6} = 24$ Нормаль градиенті = $-\frac{1}{24}$ $(y - 0) = -\frac{1}{24}(x - 2)$ $24y = -x + 2$	B1 M1 M1 A1 [4]	$-\frac{1}{their\ 24}$ үшін Түзу теңдеуін табудың толық әдісі Кез келген эквивалентті ықшамдалған түрі
11(a)	$0,1 + x + y + 0,15 + 0,2 = 1 \ (x + y = 0.55)$ $(E(R) =) 0,1 + 2x + 3y + 0,6 + 1$ $(= 1,7 + 2x + 3y)$ $1,4 = 2x + 3y$ $\Rightarrow y = 0,3; x = 0,25$	B1 M1 A1 A1 [4]	Математикалық күтілімді табудың дұрыс әдісі 3,1-ді x және y арқылы теңдеу алу үшін қолд.
11(b)	Дисперсия $(R) = E(R^2) - (E(R))^2$ $= 0.1 + 4x + 9y + 2.4 + 5 - 3.1^2$ $= 1.59$	M1 A1ft A1 [3]	Өзінің x, y-нен шығады
11(c)	$P(R_1 + R_2 > 8) = P(9 \text{ немесе } 10)$ $= 2 \cdot 0,15 \cdot 0,2 + 0,2^2$ $= 0,1$	M1 A1 A1 [3]	0,2² немесе 0,15 · 0,2 көрінеді Ықшамдалмаған дұрыс өрнек

12(a)	AB бағытындағы вектор $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ AB түзуінің векторлық теңдеуі Екі теңдеудің компоненттерін салыстырады λ немесе μ үшін шешеді Толық шешімі және қорытынды	B1 B1 M1 A1 A1 [5]	немесе $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ немесе кез келген параллель вектор $(\mathbf{r} =) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ немесе эквивалент мс, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2\lambda = 3 - 4\mu \\ 1 = \mu \\ -1 + \lambda = 1 + \mu \end{cases}$ мс, $\mu = 1$ Жауап берілген – негізделген қорытынды қажет мс, $\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda = 3$ Тең емес, сондықтан түзулер қиылыспайды
12(b)	A-дан түзуге дейін $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ $= -\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ $\Rightarrow -x + y + 2z = -3 + 2$ $-x + y + 2z = -1$	B1 M1 A1 A1 M1 A1ft [6]	Немесе эквивалент Жазықтықтағы екі вектордың векторлық көбейтіндісі Екі мүшесі дұрыс Дұрыс толығымен Жазықтықтағы нүкте үшін $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{n}$ қолданады Өзінің $\mathbf{n}$-нен шығады Немесе эквивалент Өзінің $\mathbf{n}$-нен шығады
12(c)	B арқылы өтетін параллель жазықтық $-x + y + 2z = 1 + 1 + 4 = 6$ Қашықтық $\frac{6 - (-1)}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{7}{\sqrt{6}}$	M1 A1 [2]	Немесе эквивалент Өзінің $\mathbf{n}$-нен шығады Немесе эквивалент дәл мәні

12(b) alt	$\lambda = 0 \quad (0; 1; -1)$ $\lambda = 1 \quad (2; 1; 0)$ $\begin{vmatrix} x-3 & y & z-1 \\ -3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ $x-y-2z-1$ $x-3 \quad y \quad z-1$ $x-y-2z=1$	B1 M1 A1 A1 M1 A1ft [6]	Қосымша нүктені немесе векторды табады Құрастырылған анықтауыш үшін х, у, z -тің кез келген 2 коэффициентін дұрыс анықтағаны үшін Барлық 3 коэффициентті дұрыс анықтағаны үшін Анықтауыштың бірінші жолының дұрыс жазылуы үшін (жазықтықтағы <i>өзінің</i> нүктесін қолдануымен) Немесе эквивалент <i>Өзінің</i> деректерінен шығады
12 (c) alt	$\frac{ 1*(-1) + 1*(-1) + 2*(-2) + (-1) }{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}}$ $\frac{7\sqrt{6}}{6}$	M1 A1	Алымына немесе бөліміне дұрыс қойғаны үшін Немесе эквивалент дәл мән