

ПРИКРЕПИТЕ ШТРИХ-КОД ЗДЕСЬ

НОМЕР
ЦЕНТРА

--	--	--	--	--

НОМЕР
КАНДИДАТА

--	--	--	--

МАТЕМАТИКА

12 класс

Экзаменационная работа 3

Май 2018

2 часа

Кандидаты выполняют работу в данном экзаменационном буклете.

Дополнительные материалы:

калькулятор
геометрические инструменты
список формул и статистических таблиц

12MATHR/03

ПЕРЕД ВЫПОЛНЕНИЕМ РАБОТЫ ПРОЧИТАЙТЕ ИНСТРУКЦИЮ

Напишите номер центра и номер кандидата в верхней части страницы.

Пишите ручкой с темно-синей или черной пастой.

Разрешается пользоваться простым твердым карандашом для построения любых диаграмм или графиков.

Запрещается пользоваться степлерами, скрепками, клеем или корректором.

НЕ ПИШИТЕ НА ШТРИХ-КОДЕ.

Ответьте на **все** вопросы.

Разрешается пользоваться электронным калькулятором.

Вы можете потерять баллы, если не покажете свои вычисления или не используете соответствующие единицы измерения.

Записывайте неточные числовые ответы с точностью до 3 значащих цифр, а углы с точностью до 0,1°, если в вопросе не указана другая степень точности.

По окончании экзамена хорошо скрепите всю работу.

Количество баллов указано в скобках [] в конце каждого вопроса или части вопроса.

Общее количество баллов за эту работу – 80.

Ответьте на все вопросы на русском языке.

Для экзаменатора

Всего

Этот документ состоит из **21** напечатанной страницы и **3** чистых страниц.

- 1 (a) Фирма использует три различных материала для производства трёх изделий. Экономист создал модель оптимальных цен для этих материалов. В частном случае эту модель можно выразить в виде следующего определителя:

$$\begin{vmatrix} 0,5 & 0,01 & 0,2 \\ 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,3 \end{vmatrix}$$

Найдите значение определителя.

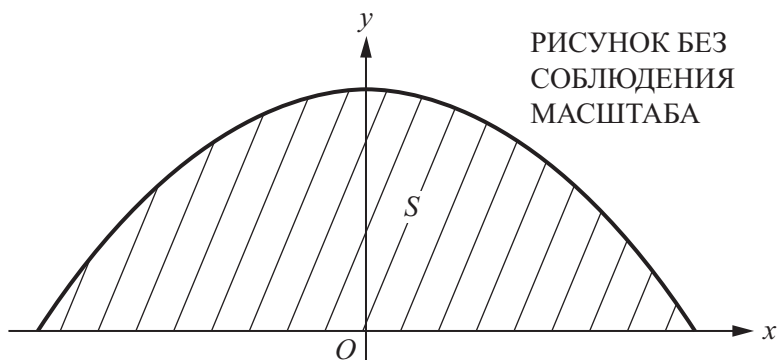
Для
экзамена-
тора

[3]

- (b) В электротехнике два заряженных цилиндра, помещенные один в другой, могут быть представлены на диаграмме Аргана в виде окружностей $|z| = 1$ и $|z - 0,5| = 0,25$. Электрическое поле между двумя цилиндрами представлено в виде области, удовлетворяющей неравенствам $|z - 0,5| \geq 0,25$ и $|z| \leq 1$.

Нарисуйте окружности $|z| = 1$ и $|z - 0,5| = 0,25$ на диаграмме Аргана. Заштрихуйте область, представляющую электрическое поле.

[3]



На рисунке показана кривая $y = 20 - \frac{x^2}{45}$ для $y \geq 0$. Область между кривой и осью Ox обозначена как S . Архитектор сделал проект здания с поперечным сечением S . Длины измеряются в метрах.

(a) Найдите ширину и наибольшую высоту поперечного сечения здания.

[3]

(b) Используя интегрирование, найдите площадь поперечного сечения здания.

Для
экзамена-
тора

[4]

- 3** Датский композитор Карл Нильсен написал шесть симфоний и три концерта. Три из этих девяти работ выбираются для музыкального фестиваля.

Для
экзамена-
тора

(a) Найдите количество различных возможных способов выбора трёх работ.

[2]

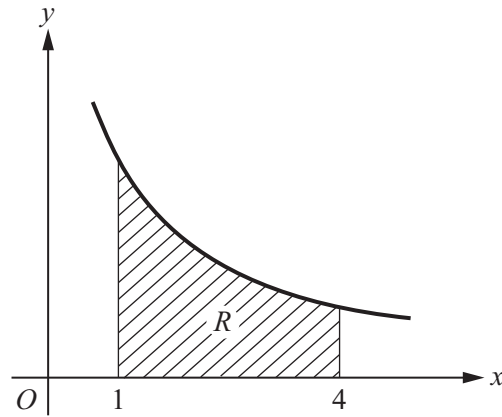
(b) Найдите количество различных возможных способов выбора трёх работ, состоящих из двух симфоний и одного концерта.

[2]

- (с) Найдите количество различных возможных способов выбора трёх работ, включающих по меньшей мере одну симфонию.

Для
экзамена-
тора

[2]



Область R ограничена кривой $y = \sqrt{1 + \frac{5}{x^2}}$, линиями $x = 1$, $x = 4$ и осью Ox , как показано на рисунке. Длины измеряются в сантиметрах.

Станок изготавливает детали для двигателей. Форма детали образуется путём вращения области R вокруг оси Ox .

Вычислите точное значение объёма образовавшейся детали.

[4]

- 5 Точка света на экране движется вдоль оси Ox . Расстояние (x сантиметров) от точки света до начала координат O в момент времени t секунд задано уравнением

$$x = 2\sin 3t + 4\cos 3t,$$

где $t \geq 0$.

- (a) Найдите скорость движения точки света как функцию, зависящую от t .

[2]

- (b) Найдите ускорение движения точки света как функцию, зависящую от t .

[2]

Для
экзамена-
тора

- (с) Отсюда найдите два значения времени в промежутке $0 < t < \frac{2\pi}{3}$, когда ускорение равно нулю.

Для
экзамена-
тора

[4]

- 6 Прямоугольная крыша $ABCD$ покрыта солнечными панелями. Относительно декартовых осей вершины крыши определены следующими координатами:

$$A (0; 6; 4), B (15; 6; 4), C (15; 14; 10) \text{ и } D (0; 14; 10).$$

Длины измеряются в метрах.

- (a) Найдите векторное произведение $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$ и отсюда или другим способом найдите площадь, покрытую панелями.

Для
экзамена-
тора

[4]

(b) Найдите единичный вектор $\mathbf{n}$, перпендикулярный поверхности крыши.

Для
экзамена-
тора

[2]

(c) Энергия (Джоуль), вырабатываемая в секунду солнечной панелью в один квадратный метр, задаётся скалярным произведением $\mathbf{n} \cdot \mathbf{F}$, где $\mathbf{F} = 45\mathbf{i} - 80\mathbf{j} + 15\mathbf{k}$.

Вычислите общую энергию, вырабатываемую в секунду солнечными панелями на крыше $ABCD$.

[2]

- 7 Компания продает телефоны. Вероятность того, что проданные компанией телефоны будут нуждаться в ремонте в течение первого года, равна 0,005.
- (a) Случайная выборка состоит из 30 проданных компанией телефонов. Найдите вероятность того, что среди них по меньшей мере 2 телефона будут нуждаться в ремонте в течение первого года.

Для
экзамена-
тора

[3]

(b) В прошлом месяце компания продала 400 телефонов.

- (i) Определите подходящее распределение, которое можно использовать как приближение к биномиальному распределению в данном случае. Обоснуйте свой выбор.

[2]

- (ii) Переменная X означает количество телефонов, которые будут нуждаться в ремонте в течение первого года. Используя выбранное Вами в части (i) распределение, найдите вероятность того, что $2 \leq X \leq 6$.

[3]

- 8 Повар оставляет горячий суп для остывания в кухне. Согласно закону охлаждения Ньютона скорость остывания супа пропорциональна разности между температурой супа и температурой кухни. Температура в кухне равно 20°C .

- (a) Объясните полностью, почему эту ситуацию можно смоделировать следующим уравнением:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 20),$$

где T – температура ($^{\circ}\text{C}$) супа в момент времени t минут после того, как его оставили для остывания, k – положительная постоянная.

[3]

- (b) Учитывая, что суп остывает от 100°C до 85°C за 5 минут, покажите, что

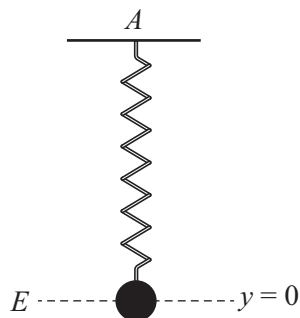
$$T = 20 + 80e^{-0,0415t}.$$

[6]

- (с) Повар наливает суп в посуду при температуре $60\text{ }^{\circ}\text{C}$.
Найдите время, необходимое для остывания супа от $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $60\text{ }^{\circ}\text{C}$.

[2]

- 9 В устройстве, показанном на рисунке, пружина прикреплена к неподвижной опоре в точке A . Груз прикреплен к нижнему концу пружины. На рисунке показана ситуация, когда груз находится в положении равновесия E . Ученик отпускает груз с расстояния 0,3 м по вертикали над положением равновесия. Последующее смещение груза (y метров) из положения равновесия в момент времени t секунд задается уравнением $y = 0,3 \cos 2t$.



- (a) Покажите, что движение груза удовлетворяет уравнению вида

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y.$$

Найдите период колебаний (T секунд).

[Период колебаний определяется формулой $T = \frac{2\pi}{\omega}$.]

[5]

- (b) Когда груз находится на расстоянии y метров от E , его скорость равна v м/с.

Используя свое выражение для $\frac{dy}{dt}$, покажите, что $v^2 = 4(0,09 - y^2)$.

Отсюда найдите скорость груза, когда он находится на расстоянии 0,15 метров над E .

Для
экзамена-
тора

[4]

- (c) Найдите значение t , когда груз во второй раз будет на расстоянии 0,15 метров над E .

[2]

10 Время поиска дисков, изготавливаемых определенной компанией, подчиняется нормальному распределению со средним значением 12 миллисекунд и стандартным (среднеквадратическим) отклонением 0,3 миллисекунды.

- (a)** Найдите вероятность того, что время поиска случайно выбранного диска этой компании будет между 11,7 и 12,5 миллисекундами.

[4]

- (b)** Четыре диска этой компании выбираются случайным образом. Найдите вероятность того, что время поиска ровно одного из них будет между 11,7 и 12,5 миллисекундами.

[3]

Время поиска дисков другой компании подчиняется нормальному распределению со средним значением μ и стандартным отклонением σ .

- (с) Учитывая, что у 60% дисков этой компании время поиска меньше, чем 14 миллисекунд, а у 30% время поиска меньше, чем 11 миллисекунд, найдите значения μ и σ .

[4]

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА

ЧИСТАЯ СТРАНИЦА

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

Cambridge International Examinations is part of the Cambridge Assessment Group. Cambridge Assessment is the brand name of University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is itself a department of the University of Cambridge.