



«Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ
Cambridge Assessment International Education

МАТЕМАТИКА

12-сынып

2-емтихан жұмысы

Мамыр 2019

БАЛЛ ҚОЮ КЕСТЕСІ

Максималды балл: 90

12MATHK/02

Бұл құжат **11** басылған және **1** таза беттен тұрады.



Қойылатын балдар

- Сұрақтың әр бөлігіне қойылатын балл саны емтихан парағының оң жағында орналасқан «Емтихан алушыға» деген бағанға балл қою схемасында көрсетілген түсініктемелерді қолдану арқылы жазылуы тиіс, мысалы, M1 A1.
- Жарты балл қойылуы мүмкін емес.
- Егер сұрақта үміткерден нақты бір тәсілді пайдалануға нұсқау берілген болса, онда сол тәсіл пайдаланылуы керек.
- Басқа сұрақтарда кез келген орынды альтернативті тәсілді пайдалану қолайлы болады, және үміткерлер өз шешімінің салыстырмалы кезеңіне қол жеткізсе **эквивалентті** балдары берілуі қажет.
- Берілген шешімнің шығу жолын көрсетуді талап ететін сұрақтарды бағалағанда аса мұқияттылық керек, себебі үміткер шыққан нәтижені толығымен негіздеуі керек.
- Егер сұрақтың дәл шешімін табу керек болса, үміткер есептеу барысында нақты мәндерді қолдануы тиіс.
- Қабылдауға жарамды жауапқа қол жеткізілсе, кез **келген** кейінгі жұмыс еленбейді

Түсініктемелер мен қысқартулар

M (method) Балл дұрыс тәсілді қолданғаны үшін беріледі, есептеу кезіндегі қателер үшін балл шегерілуі мүмкін емес.

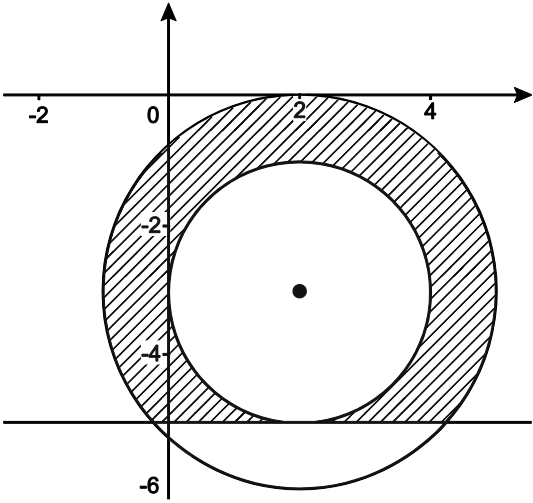
A (accurate) Балл дәл келтірілген жауап үшін беріледі және алдыңғы M балына тәуелді болады. Сондықтан, M0 A1 деген балл берілуі мүмкін емес.

B Алдыңғы M балына тәуелді емес және соңғы дұрыс жауап немесе шешімнің дұрыс аралық кезеңі үшін беріледі.

DM немесе **DB** (немесе der*) Нақты M немесе B балы балл қою кестесіндегі алдыңғы M немесе B (*) балына тәуелді екенін көрсету үшін пайдаланылады.

Егер балл қою кестесінде **ft** (follow through) көрсетілген болса, үміткердің алдыңғы жауабының дұрыс немесе бұрыстығына қарамастан, сол жауаптан дұрыс жалғасатын жұмыс үшін балл берілуі мүмкін.

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
1 (a)	$\frac{k}{15} + \frac{2}{15} + \frac{3}{15} + \frac{4k}{15} = 1$ $\frac{5k}{15} = 1 - \frac{5}{15}$ $5k = 10$ $k = 2$	B1 [1]	БМ2	
1 (b)	$M(X) = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{9}{15} + \frac{32}{15}$ $\frac{47}{15} \text{ немесе } 3\frac{2}{15} \text{ немесе } 3,13$	M1 A1 [2]	БМ1 БМ2	
1 (c)	$M(X^2) = \frac{2}{15} + \frac{8}{15} + \frac{27}{15} + \frac{128}{15} \text{ немесе } 11$ $\text{өзінің } 11 - \text{өзінің } \left(\frac{47}{15}\right)^2$ 1,18	M1 M1 A1 [3]	БМ2 БМ3 БМ3	
1 (d)	Өзінің 3,13 + 2 Өзінің 1,18	B1 ft B1 ft [2]	БМ3 БМ3	Немесе эквивалент Немесе эквивалент

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
2	$y = -5$ түзу сызығын дұрыс салады Шеңбердің центрі $2 - 3i$ Шеңберлердің радиустары 2 және 3 Аймақ штрихталған және шекаралары дұрыс көрсетілген (түзу ішкі шеңбермен жанасады) 	B1 B1 B1 B1 [4]	BM1 BM3 BM3 BM3	Егер шеңбердің сәйкес бөліктері көрінсе қабылдаңыз (ескерту 2-ші, 3-ші және 4-ші B1-ге қатысты)
3(a)	$x^4 - 2x^3 + Dx^2 - 4x + 6 = x^4 + Bx^3 + (A+C)x^2 + ABx + AC$ $\begin{cases} B = -2 \\ A + C = D \\ AB = -4 \\ AC = 6 \end{cases}$ $A = 2, B = -2, C = 3, D = 5$	B1 M1 A2 [4]	BM1 BM1 BM2 BM3	Жақшаларды ашу Өзінің сәйкес коэффициенттерін теңестіру A1 кез келген екі тұрақты үшін
3(b)	$\pm \sqrt{2}i$ немесе эквивалент $x^2 - 2x + 3 = 0$ $(-2)^2 - 4 \cdot 3$ $1 \pm \sqrt{2}i$	B1ft M1 A1 [3]	BM2 BM1 BM3	Өзінің A мәнінен шығады Өзінің теңдеуінің түбірлерін табу үшін дискриминантты пайдалану әрекеті Немесе ықшамдалмаған эквивалент

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
4	$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ формуласын пайдаланады	M1	БМ1	Қос бұрыш косинусы үшін басқа формуланы қабылдаңыз
	$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ теңдеуін немесе оның эквивалентін алады	A1	БМ2	
	$(\cos x - 1)(\cos x - \frac{1}{2}) = 0$ немесе квадрат теңдеуді шешудің басқа әрекеті	M1	БМ1	Егер өзінің квадраттық теңдеуге дейін ықшамдалған теңдеуі дұрыс шешілген болса M1 беріңіз
	$\begin{cases} \cos x = 1, \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$	A1	БМ3	
	$-2\pi, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, 0$	A2	БМ3 БМ3	Немесе ондық эквивалент A1 кез келген екі дұрыс жауап үшін
		[6]		
5(a)	$ 2x - 4 = x $ қанағаттандыратын x -тің екі мәнін табу әрекеті	M1	БМ3	График көмегімен немесе екі сызықтық теңдеулер мен теңсіздіктер шешу немесе екі жақты квадратқа шығару
	$\frac{4}{3}$ және 4 мәндерін алады	A1	БМ2	
	$\frac{4}{3} < x < 4$ алады	A1	БМ3	Немесе эквивалент
		[3]		
5(b)	In y -ті (a) бөлімінің жоғары мәнімен сәйкестендіреді және y табады	M1	БМ3	Теңдеу немесе теңсіздікті пайдалану, бұл кезеңде бүтін сан міндетті емес
	Тек 54 алады	A1	БМ2	e^4 немесе 54,6 үшін A0, сондай-ақ $y \leq 54$ үшін A0, т.с.с
		[2]		

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
6(a)	$r = \frac{40\pi}{2\pi} = 20 \text{ (см)}$ $\cos \alpha = \frac{\text{өзінің } 20}{25}$ $(\alpha =) \arccos \frac{4}{5} \approx 0,644$	B1 M1 A1 [3]	БМ3 БМ1 БМ3	Ұсынылған өзінің 20-сы 25-тен кем Басқа тәсілдерді қабылдаңыз
6(b)	$H = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ (см)}$ $\frac{h}{H} = \frac{\text{өзінің } 20 - 4}{\text{өзінің } 20} \left(= \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \right)$ $h = 12 \text{ (см)}$	B1 M1 A1 [3]	БМ3 БМ2 БМ3	Биіктікті табудың басқа тәсілдерін қабылдаңыз
	Альтернативті шешім Қосымша салулар және катет = 16 $h = 16 \text{ tg}(\text{өзінің } 0,644)$ $h = 12 \text{ (см)}$	B1 M1 A1 [3]	БМ3 БМ2 БМ3	Биіктікті табудың басқа тәсілдерін қабылдаңыз
6(c)	$= \frac{15 \cdot 20^2 \pi}{3} - \frac{(15-12) \cdot 4^2 \pi}{3}$ $6233 \text{ (см}^3\text{)}$	M1 A1 [2]	БМ1 БМ3	Өзінің 15, өзінің 20 және өзінің 12 шығады 6230, егер π шамасы 3,14 болса

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
7(a)	$z = w^*, \frac{2+9ki}{-3+i} = n-11i$ $2+9ki = (-3+i)(n-11i)$ $2+9ki = -3n+11+(33+n)i$ $-3n+11 = 2$ және $9k = 33+n$ $k = 4, n = 3$	M1 A1 B1 M1 A1	BM1 BM2 BM3 BM1 BM3	Санның нақты және жорамал бөліктері <i>өзінің</i> алдыңғы мәндері үшін теңестірілген
7(a)	Альтернативті шешім $z = \frac{(2+9ki)(-3-i)}{(-3+i)(-3-i)} =$ $\frac{-6-2i-27ki+9k}{10}$ немесе $\frac{9k-6}{10} - \frac{27k+2}{10}i$ немесе эквивалент $z^* = \frac{9k-6}{10} + \frac{27k+2}{10}i$ $\begin{cases} \frac{9k-6}{10} = n, \\ \frac{27k+2}{10} = 11 \end{cases}$ $k = 4, n = 3$	M1 A1 B1 ft M1 A1 [5]	BM1 BM2 BM3 BM1 BM3	$x + yi$ өрнегіне әкелетін кез келген әдісті қабылдаңыз <i>Өзінің z үшін түйіндес сан дұрыс жазылған. Көрінеді немесе тұспалданады</i> Санның нақты және жорамал бөліктері <i>өзінің</i> z^* немесе <i>өзінің</i> z үшін теңестірілген
7(b)	$(\theta =) \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$, мұндағы <i>өзінің</i> $z = a + ib$ $(r =) \sqrt{a^2 + b^2}$, мұндағы <i>өзінің</i> $z = a + ib$ $(z =) \sqrt{130} (\cos(-75^\circ) + i \sin(-75^\circ))$ немесе $(z =) 11,4 (\cos(-75^\circ) + i \sin(-75^\circ))$	M1 M1 A1 [3]	BM3 BM1 BM3	$(\theta =) \arctg\left(-\frac{11}{3}\right)$ Аргументті табудың альтернативті әдістерін қабылдаңыз $(r =) \sqrt{130}$ -75° орнына 285° қабылдаңыз

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
8(a)	$x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$ теңдеуі жазылған	B1	БМ1	Немесе эквивалент
	Бүтін санды түбір теоремасы қолданған және түбірлердің біреуі дұрыс табылған	M1	БМ2	Шешудің кез келген альтернативті әдісін қабылдаңыз
	Қолайлы квадрат теңдеу алады	M1	БМ1	$(x^2 + 4x + 4)(x - 3)$ немесе $(x + 2)(x^2 - x - 6)$
	$x = -2$ және $x = 3$	A1	БМ3	
	Ортақ нүктелер координаталары жазылған: $(-2; 6)$ және $(3; 21)$	A1	БМ3	
		[5]		
8(b)	$y' = 3x^2 + 2x - 5$ туындысын табады және 0-ге теңестіреді.	M1	БМ2	
	$x = -\frac{5}{3}$ және $x = 1$	A1	БМ3	
	$c = 1$ және $d = -3$ алады және оның минимум екенін көрсетеді	A1	БМ3	
		[3]		
9(a)	$y' = 2(x^2 - 2x - 3)(2x - 2)$ немесе $y' = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 12$	B1	БМ3	
	$2(x^2 - 2x - 3)(2x - 2) = 0$	M1	БМ1	Өзінің туындысын нөлге теңестіреді
	$x = -1; x = 1; x = 3$	A1	БМ3	
		[3]		
9(b)	Интервалдар әдісін немесе екінші туындыны пайдаланады	M1	БМ2	
	$x \in (-\infty; -1), (1; 3)$ Немесе $x < -1, 1 < x < 3$	A1	БМ3	[] интервалдар рұқсат етіңіз $x \in (-\infty; -1)$ немесе $(1; 3)$ қабылдаңыз $x \in (-\infty; -1)$ және $(1; 3)$ қабылдаңыз
		[2]		

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
10(a)	$\frac{dy}{dx}$ табу үшін бөліндінің туындысын табу ережесін пайдаланады (немесе эквивалент)	M1	БМ2	Бірінші M1 тәуелді
	Дұрыс туынды алады $\frac{4}{(x+1)^2}$	A1	БМ3	
	Өзінің туындысын $\frac{1}{9}$ -ге теңестіреді және x немесе a үшін шешеді	M1	БМ3	
	5 алады	A1	БМ3	
		[4]		
10(b)	Интегралдауды дайындау үшін алмастыру немесе бөліктеу әрекеті	M1	БМ1	Немесе эквивалент
	$\int (4 - \frac{4}{u}) du$ немесе $\int (4 - \frac{4}{x+1}) dx$ алады	A1	БМ3	
	Кем дегенде $\ln u$ немесе $\ln(x+1)$ бар өрнек алу үшін интегралдайды	M1	БМ2	
	$4u - 4\ln u$ немесе $4x + 4 - 4\ln(x+1)$ немесе $4x - 4\ln(x+1)$ алады	A1	БМ3	u шектерін пайдалану жағдайында сәйкес өзгерістермен
	0 және өзінің a шектерін x -і бар өрнекте дұрыс қолданады	M1	БМ3	
	$20 - 4\ln 6$ алады	A1	БМ3	
		[6]		Немесе дәл эквивалент

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
11	$\pi \int (1 + \operatorname{tg} x)^2 dx =$ $\pi \int (1 + 2\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x) dx$	M1	БМ1	Бұл кезеңде π пайдаланбауы мүмкін, бірақ кейіннен пайда болуы керек
	$\int (1 + \operatorname{tg}^2 x) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$ $= \operatorname{tg} x$	B1	БМ3	
		B1	БМ3	
	$\int 2\operatorname{tg} x dx = 2 \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -2 \int \frac{d(\cos x)}{\cos x}$	M1	БМ3	0 және $\frac{\pi}{4}$ шектерін $a \operatorname{tg} x + b \ln(\cos x)$ түріндегі өрнекте дұрыс пайдалану, мұндағы $ab \neq 0$
	$= -2 \ln \cos x $	A1	БМ3	
	$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} 0 - 2 \ln \left(\cos \frac{\pi}{4} \right) + 2 \ln (\cos 0) =$	M1	БМ3	
	Айналу денесінің көлемі $= \pi \left(1 - 2 \ln \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ немесе $= \pi(1 + \ln 2)$	A1	БМ3	Дәл эквиваленттерді қабылдаңыз
		[7]		

Сұрақ	Жауап	Балл	БМ	Қосымша нұсқаулық
12(a)	$F(2; 1; 2), B(2; 0; 0), D(0; 2; 0)$	B1	3O1	Көрінеді немесе тұспалданады
	$\begin{vmatrix} x-2 & y & z \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$	M1 ft	3O2	Өзінің F, B, D координаталарынан шығады Кез келген альтернативті шешімді қабылдаңыз
	Өзінің анықтауышын пайдаланып жазықтық теңдеуін табады	M1	3O3	
	$4x + 4y - 2z - 8 = 0$ немесе $2x + 2y - z - 4 = 0$	A1	3O3	Барлық жерде альтернативті әдісті қабылдаңыз
		[4]		
12(b)	Үшінші нүктенің координаталары (1; 0; 2)	B1	3O3	Немесе (0; 1; 2)
	φ жазықтығының теңдеуін табады	M1	3O2	
	$4x + 4y + 2z - 8 = 0$ немесе $2x + 2y + z - 4 = 0$	A1	3O3	
		[3]		
12(c)	$\cos \angle(\vec{n}_{BDF}, \vec{n}_{\varphi}) = \frac{4+4-1}{3 \cdot 3}$	M1	3O1	(a) және (b) бөлімдеріндегі өзінің коэффициенттерін дұрыс қолданады
	$\frac{7}{9}$	A1	3O2	
	$\angle(\vec{n}_{BDF}, \vec{n}_{\varphi}) = \angle((BDF), \varphi) = 38,9^\circ$	A1	3O3	38,94244...°
		[3]		
12(d)	Егер $BF \triangle BFM$ -ң табаны болса, онда $MB^2 = MF^2 \Rightarrow 4 + m^2 = 4 + 1 + (2 - m)^2$	M1	3O2	
	$m = \frac{5}{4}$ немесе $M\left(0; 0; \frac{5}{4}\right)$	A1	3O3	
	$FB = BM$	M1	3O1	Дұрыс $m = 1$ деген жауаптан тұспалдануы мүмкін
	$m = 1$ немесе $M(0; 0; 1)$	A1	3O2	
		[4]		

