

ШТРИХ-КОДТЫ ЖАБЫСТЫРЫҢЫЗ

ОРТАЛЫҚТЫҢ
НӨМІРІ

--	--	--	--	--

ҮМІТКЕРДІҢ
НӨМІРІ

--	--	--	--

МАТЕМАТИКА

12-сынып

3-емтихан жұмысы

Мамыр 2019

2 сағат

Үміткерлер өз жауаптарын берілген сұрақ кітапшасына жазулары керек.

Косымша материалдар: калькулятор
геометриялық құралдар
формулалар және статистикалық кестелер тізімі

12МАТНҚ/03

АЛДЫМЕН ТӨМЕНДЕГІ НҰСҚАУЛЫҚТЫ ОҚЫП ШЫҒЫҢЫЗ

Беттің жоғары жағындағы арнайы орынға орталықтың нөмірін және үміткердің нөмірін жазыңыз.

Қою көк немесе қара сиялы қаламсаппен жазыңыз.

Кез келген сызба немесе график үшін қатты қарындаш қолдануға болады.

Степлер, скрепка, желім және түзеткішті қолдануға болмайды.

ШТРИХ КОДҚА ЖАЗУҒА **БОЛМАЙДЫ**.

Барлық сұрақтарға жауап беріңіз.

Калькуляторды қолдануға **болады**.

Егер сіз тапсырманың шығару жолдарын көрсетпесеңіз немесе тиісті бірліктерді қолданбасаңыз, емтихан балдарыңыз кемуі мүмкін.

Егер сұрақ жауабының дәлдік дәрежесіне ешқандай талап қойылмаса, онда дәл есептелмейтін сандық жауаптарды 3 мәнді цифрға дейінгі дәлдікпен, ал бұрыштарды 0,1° дейінгі дәлдікпен жазыңыз.

Балл саны әр сұрақтың соңында немесе сұрақтың бөлігінен кейінгі [] жақшаның ішінде берілген.

Берілген емтихан жұмысы бойынша жалпы балл саны – 80.

Барлық сұрақтарға қазақ тілінде жауап беріңіз.

Емтихан алушыға

Барлығы

Бұл құжат **21** басылған және **3** таза беттен тұрады.

1 Шағын компания тігін жібi оралған шарғылар өндiредi. Шарғылардағы жiптiң ұзындығы орташа мәні 81,5 м және стандарттық (орташа квадраттық) ауытқуы 1,2 м болатын қалыпты (нормаль) үлестiрiмге сәйкес келедi.

(a) Шарғылардың бiрi кездейсоқ таңдалынады. Шарғыдағы жiптiң ұзындығы 80 м-ден кем болуының ықтималдығын табыңыз.

[3]

(b) Бес шарғы кездейсоқ таңдалынады. Барлық бес шарғыдағы жiптiң ұзындығы 80 м-ден артық болуының ықтималдығын табыңыз.

[2]

2 Сыныпта 15 оқушы, олардың 7-еуі қыз және 8-і ұл. Жиналысқа қатысу үшін осы сыныптан 4 оқушыдан тұратын топты таңдау қажет.

(a) 4 оқушыдан тұратын, олардың 2-еуі қыз, 2-еуі ұл болатын топты құрудың әртүрлі тәсілдерінің санын табыңыз.

[2]

(b) 4 оқушыдан тұратын, олардың көбі қыздар болатын топ құрудың әртүрлі тәсілдерінің санын табыңыз.

[3]

- 3 Тікбұрышты координаталар жүйесінде тау бетінің бөлігі жазықтық теңдеуімен модельденеді: $x + 3y + 6z = c$, мұндағы c – тұрақты. Тау бетінің осы бөлігінде орналасқан екі тік жол келесі түзулер теңдеулерімен модельденеді:

$$\mathbf{r} = -3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + \mathbf{k} + \lambda(3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}) \quad \text{және} \quad \mathbf{r} = -9\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k} + \mu(-3\mathbf{i} + \mathbf{j}).$$

(a) c мәнін табыңыз.

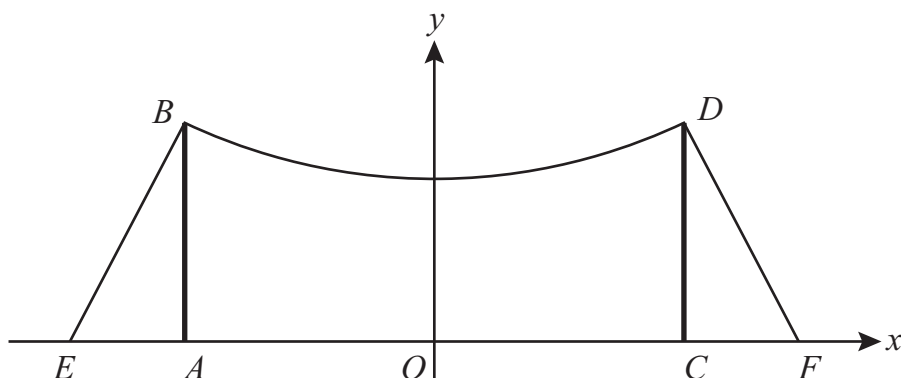
[2]

(b) Жолдардың қиылысатынын көрсетіңіз және қиылысу нүктесінің координаталарын табыңыз.

Емтихан
алушыға

[4]

- 4 Екі бірдей вертикаль бағандар, AB және CD , жердің горизонталь бөлігінде тұр және бір-бірінен 20 м қашықтықта орналасқан. B және D нүктелеріне бекітілген шынжыр бағандар арасында ілініп тұр. E , A , C және F нүктелері бір түзудің бойында жататындай етіп, түзу тіреуіштер, BE және DF , жерге E және F нүктелерінде бекітілген.



O координаталар басы AC кесіндісінің ортасында болатындай етіп координаталар осі орнатылған (суретте көрсетілгендей). Қашықтықтар метрмен өлшенеді. Шынжыр $y = 0,02x^2 + 4,8$ тендеуімен берілген қисықтың бөлігін құрайды.

- (a) Әр бағанның биіктігін табыңыз.

[2]

- (b) Жер бетінен шынжырдың ең төмен бөлігіне дейінгі ең жақын қашықтықты табыңыз.

[1]

- (с) BE тіреуішінің бағыты қисыққа B нүктесінде жүргізілген нормальдың бағытымен беттеседі. DF тіреуішінің бағыты қисыққа D нүктесінде жүргізілген нормальдың бағытымен беттеседі.

E және F нүктелерінің арасындағы қашықтықты табыңыз.

Емтихан
алушыға

[6]

- 5 (a) Автомагистраль (шоссе) бойымен жүріп өткен әрбір автомобильдегі жолаушылар санын (жүргізушіні есептемегенде) тіркеуге алу үшін көліктер қозғалысының зерттеуі жүргізілді. Зерттеудің нәтижелері кестеде көрсетілген.

Жолаушылар саны	0	1	2	3	4	5	6
Автомобильдер саны	48	78	46	17	7	3	1

Әрбір автомобильдегі жолаушылардың орташа санын табыңыз.

[2]

- (b) Басқа автомагистраль бойымен жүріп өткен автомобильдер зерттелді. Осы магистральдағы әрбір автомобильдегі жолаушылардың орташа саны (жүргізушіні есептемегенде) 1,2 тең.

Орташа мәні 1,2 болатын Пуассон үлестірімін әрбір автомобильдегі жолаушылар санын модельдеу үшін пайдалануға болады деп болжап, келесі сұрақтарға жауап беріңіз.

- (i) Кездейсоқ түрде таңдалынған автомобильде 2 жолаушының болу ықтималдығын табыңыз.

[1]

- (ii) Кездейсоқ түрде таңдалынған автомобильде 2-ден артық жолаушының болу ықтималдығын табыңыз.

Емтихан
алушыға

[2]

- (iii) Кездейсоқ түрде таңдалынған екі автомобильде барлығы 3 жолаушының болу ықтималдығын табыңыз.

[3]

6 Ферма қорапқа салынған май өндіреді. Әрбір май қорабының массасы орташа мәні 463 грамм болатын қалыпты үлестірімге сәйкес келеді. Егер қораптың массасы 440 грамнан кем болса, ол сатылымнан алып тасталынады. Массалары 440 грамнан кем болғандықтан, қораптардың 6%-і сатылымнан алып тасталынатыны белгілі.

(a) Берілген үлестірімнің стандарттық ауытқуы 3 мәнді цифрға дейінгі дәлдікпен алғанда 14,8 грамға тең болатынын көрсетіңіз.

[2]

(b) Кездейсоқ таңдалған үш қорап үлгісі тексерістен өтеді. Бір қораптың массасы 450 грамнан кем, ал қалған екі қораптың әрқайсысының массасы 450 грамнан артық болу ықтималдығын табыңыз.

[4]

- (с) Кездейсоқ таңдалған он қорап үлгісі тексерістен өтеді. Массалары 440 грамнан кем болғандықтан, тура екі қорап сатылымнан алып тасталу ықтималдығын табыңыз.

[2]

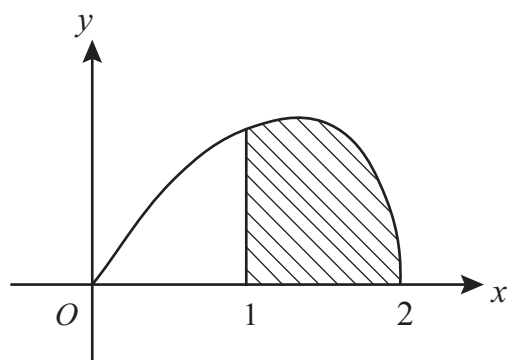
7 (a) $u = 4 - x^2$ алмастыруын пайдаланып, $\int \frac{1}{2} x \sqrt{4 - x^2} dx$ табыңыз.

Емтихан
алушыға

[4]

- (b) Көлденең қимасы біркелкі, ұзындығы 8 метр болатын түзу ағаш арқалық (балка) жасау қажет.

Емтихан
алушыға



Арқалықтың көлденең қимасы суретте штрихталып көрсетілген аймақ пішіндес. Бұл аймақ $y = \frac{1}{2}x\sqrt{4-x^2}$ теңдеуімен берілген қисық және $x=1$, $y=0$ теңдеулерімен берілген түзулер арасында орналасқан. Әрбір координаталар осінде 1 бірлік 1 метрді білдіреді.

Келесі формуланы пайдаланып, арқалықтың көлемін табыңыз:

$$\text{көлем} = (\text{көлденең қима ауданы}) \cdot \text{ұзындық}.$$

Жауабыңызды кубтық метр өлшемімен 2 мәнді цифрға дейінгі дәлдікпен жазыңыз.

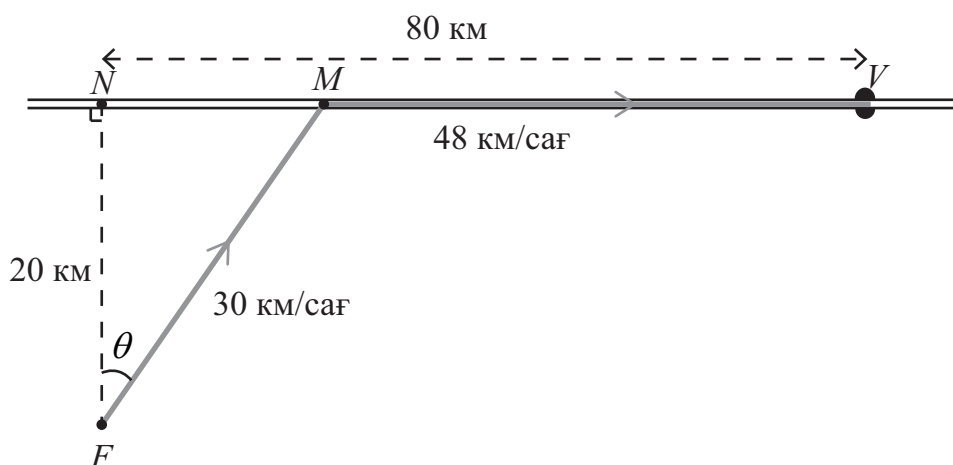
[3]

- 8 (a) $\sec \theta = (\cos \theta)^{-1}$ пайдаланып, $\sec \theta$ туындысы $\sec \theta \operatorname{tg} \theta$ болатынын көрсетіңіз.

Емтихан
алушыға

[2]

- (b) Фермер джиппен даланың шалғай жерінде орналасқан F фермасынан V ауылына аттанады. Тік жол даланы қиып, ауыл арқылы өтеді.



N нүктесі FN жолға перпендикуляр болатындай жол бойында жатыр. FN қашықтығы 20 км тең, ал NV қашықтығы 80 км тең. M нүктесі жолда орналасқан. Фермер F -тан M -ға дала арқылы түзу сызық бойымен, ал кейін M -нан V -ға жол бойымен жүруге шешім қабылдады. NFM бұрышы суретте көрсетілгендей θ радианға тең. Фермер жол бойымен 48 км/сағ жылдамдықпен, ал дала арқылы 30 км/сағ жылдамдықпен жүреді.

- (i) F -тан V -ға дейінгі жолға жұмсалатын уақыт, T сағат,

$$T = \frac{1}{12}(8 \sec \theta - 5 \operatorname{tg} \theta + 20)$$

теңдеуімен берілетінін көрсетіңіз.

[5]

- (ii) $\frac{dT}{d\theta}$ үшін өрнекті табыңыз және осыдан фермерге F -тан V -ға дейінгі жолға қажет минималды мүмкін болатын уақытты анықтаңыз. Жауабыңызды минутпен бүтін санға дейінгі дәлдікпен жазыңыз. (Сізге алынған жауаптың минимум екенін дәлелдеудің қажеті жоқ.)

Емтихан
алушыға

[5]

- 9 Зерттеу үлкен қорықтағы киіктердің N санын t жыл ішінде бақылау мақсатымен жүргізіледі. N айнымалысы үзіліссіз айнымалы ретінде қабылданады. Уақыт барысында N -ның арту жылдамдығы табиғи себептермен және қорықтан тыс жерден киіктердің қосылуымен түсіндіріледі. Осы жағдайды модельдейтін дифференциалдық теңдеу:

$$\frac{dN}{dt} = 0,08 N + 6.$$

Зерттеудің басында $t = 0$ және $N = 50$.

- (a) N -ды t арқылы өрнектеу үшін дифференциалдық теңдеуді шешіңіз.

[7]

- (b) $t = 6$ болғандағы N мәнін табыңыз және осыдан зерттеудің алғашқы алты жылы ішіндегі киіктер санының арту процентін табыңыз.

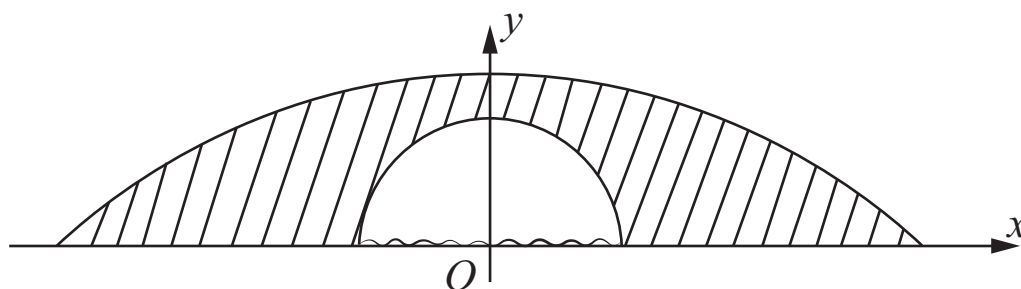
[2]

- 10 Оқушыларға өзен арқылы өтетін көпірді жобалау бойынша тапсырма ұсынылды. Өзеннің ені – 6 метр. Көпір жобасы қабылдануы үшін келесі шартты қанағаттандыруы қажет:

Көпірдің көлденең қимасының ауданы (төмендегі суреттерде штрихталған) 20 м^2 -ден 30 м^2 -ге дейін болуы қажет.

Екі оқушы, оқушы А және оқушы В, өздерінің жобаларын математикалық қисықтар негізінде орындайды. Төмендегі суреттерде әрбір координаталар осіндегі 1 бірлік 1 метрді білдіреді.

(а)

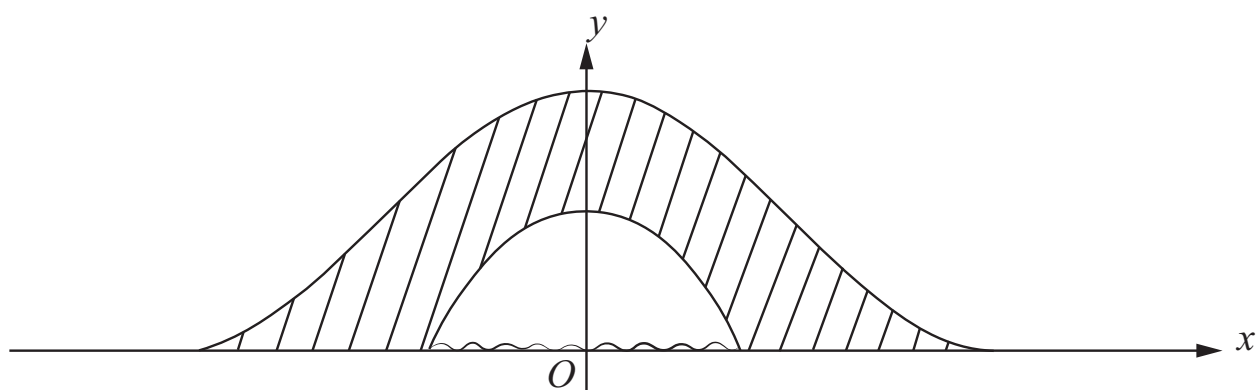


Қисықтар: $y = 4 - 0,04x^2$, мұндағы $-10 \leq x \leq 10$
және центрі O координаталар басы және радиусы 3 болатын жарты шеңбер

Суретте А оқушының жобасы және оның пайдаланған қисықтары көрсетілген. Толық шешіміңізді көрсете отырып, қажетті есептеулерді орындаңыз. Шарттың орындалғанын әлде орындалмағанын түсіндіріңіз.

[4]

(b)



Қисықтар: $y = 2,5 + 2,5 \cos\left(\frac{1}{8}\pi x\right)$, мұндағы $-8 \leq x \leq 8$

және $y = 4,7 - e^{\frac{1}{2}x} - e^{-\frac{1}{2}x}$, мұндағы $-3 \leq x \leq 3$

Суретте В оқушының жобасы және оның пайдаланған қисықтары көрсетілген. Толық шешіміңізді көрсете отырып, қажетті есептеулерді орындаңыз. Шарттың орындалғанын әлде орындалмағанын түсіндіріңіз.

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included had been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher Nazarbayev Intellectual Schools to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest opportunity.

Centre for Pedagogical Measurements is the branch of Autonomous Educational Organisation "Nazarbayev Intellectual Schools".