



«Назарбаев Зияткерлік мектептері» ДББҰ

МАТЕМАТИКА

12-сынып

2-емтихан жұмысы

Мамыр 2021

БАЛЛ ҚОЮ КЕСТЕСІ

Максималды балл: 90

12МАТНҚ/02

Бұл құжат **10** басылған және **2** таза беттен тұрады.

Қойылатын балдар

- Сұрақтың әр бөлігіне қойылатын балл саны емтихан парағының оң жағында орналасқан «Емтихан алушыға» деген бағанға балл қою схемасында көрсетілген түсініктемелерді қолдану арқылы жазылуы тиіс, мысалы, M1 A1.
- Жарты балл қойылуы мүмкін емес.
- Егер сұрақта үміткерден нақты бір тәсілді пайдалануға нұсқау берілген болса, онда сол тәсіл пайдаланылуы керек.
- Басқа сұрақтарда кез келген орынды альтернативті тәсілді пайдалану қолайлы болады, және үміткерлер өз шешімінің салыстырмалы кезеңіне қол жеткізсе эквивалентті балдары берілуі қажет.
- Берілген шешімнің шығу жолын көрсетуді талап ететін сұрақтарды бағалағанда аса мұқияттылық керек, себебі үміткер шыққан нәтижені толығымен негіздеуі керек.
- Егер сұрақтың дәл шешімін табу керек болса, үміткер есептеу барысында нақты мәндерді қолдануы тиіс.
- Қабылдауға жарамды жауапқа қол жеткізілсе, кез келшен кейінгі жұмыс еленбейді

Түсініктемелер мен қысқартулар

M (method) Балл дұрыс тәсілді қолданғаны үшін беріледі, есептеу кезіндегі қателер үшін балл шегерілуі мүмкін емес.

A (accurate) Балл дәл келтірілген жауап үшін беріледі және алдыңғы M балына тәуелді болады. Сондықтан, M0 A1 деген балл берілуі мүмкін емес.

B Алдыңғы M балына тәуелді емес және соңғы дұрыс жауап немесе шешімнің дұрыс аралық кезеңі үшін беріледі.

DM немесе **DB** (немесе der*) Нақты M немесе B балы балл қою кестесіндегі алдыңғы M немесе B (*) балына тәуелді екенін көрсету үшін пайдаланылады.

Егер балл қою кестесінде **ft** (follow through) көрсетілген болса, үміткердің алдыңғы жауабының дұрыс немесе бұрыстығына қарамастан, сол жауаптан дұрыс жалғасатын жұмыс үшін балл берілуі мүмкін.

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
1 (a)	$c^2 + \frac{3}{4}c + \frac{5}{16} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = 1$ немесе эквивалент $c = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{8}$ немесе эквивалент $c = \frac{1}{4}$ немесе 0,25	B1 M1 A1 [3]	Өзінің квадрат теңдеуін көбейткіштерге жіктеу арқылы немесе формула көмегімен шешкені үшін Тек осы мәнді қалдырады
1 (b)	$M(X) = \frac{1}{16} + \frac{6}{16} + \frac{15}{16} + \frac{16}{16} + \frac{15}{16}$ немесе эквивалент $3\frac{5}{16}$ немесе 3,3125 немесе $\frac{53}{16}$	M1 A1 [2]	Өзінің c мәнімен математикалық күтілімді есептеудің дұрыс тәсілі үшін
2(a)	$ z = 3 - 3i = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $ w = \frac{ zw }{ z } = \frac{12}{3\sqrt{2}}$ $\frac{4}{\sqrt{2}}$ немесе $2\sqrt{2}$ немесе $\sqrt{8}$	B1 M1 A1	Комплексі сан модулі Модуль қасиетін қолданады
	Альтернативті шешім $w = a + bi$ және $ zw = 12$ өрнегіне алмастыру $a^2 + b^2 = 8$ немесе эквивалент $\frac{4}{\sqrt{2}}$ немесе $2\sqrt{2}$ немесе $\sqrt{8}$	M1 A1 A1 [3]	
2(b)	$w = (\text{өзінің } 2\sqrt{2}) \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ $(\text{өзінің } 2\sqrt{2}) \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $\sqrt{2} + i\sqrt{6}$ немесе эквивалент	M1 A1 [2]	Тригонометриялық түрде жазуды қолданады
	Альтернативті шешім $\begin{cases} \frac{b}{a} = \tan \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{2} \end{cases}$	M1	
	$\sqrt{2} + i\sqrt{6}$ немесе эквивалент	A1 [2]	

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
3(a)	$\left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)^2 = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}$ $\frac{(1 - \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}$ $= \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$	M1 M1 A1 [3]	$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ формуласының біреуін дұрыс қолданғаны үшін $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ формуласны қолданады Жауап берілген
3(b)	$5(1 - \cos \theta) = 2(1 + \cos \theta)$ $\cos \theta = \frac{3}{7}$ $\theta = 64.6^\circ$ $\theta = 295.4^\circ$	M1 A1 A1 A1 [4]	(а) пунктін қолданады және осы теңдеуді шешеді $\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{2}{5}$ Теңдеуін шешуді қабылдаңыз
4	$1 = \lg 10$ $\lg(\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{2x-3}) = \lg 5.$ $\sqrt{(x-4) \cdot (2x-3)} = 5$ $2x^2 - 11x - 13 = 0$ $(2x-13)(x+1) = 0$ $x = 6,5 \text{ немесе } \frac{13}{2} \text{ или } 6\frac{1}{2}$	B1 *M1 **M1 A1 DM1 A1 [6]	Көрсетіледі немесе тұспалданады Логарифм қасиетін қолданады Логарифмсіз теңдеу алады Үшмүше түріндегі кез-келген эквивалент *M1 және **M1 тәуелді квадрат теңдеуді шешу тәсілі −1 жойғаны тұспалданады Немесе жауапта −1 болса, A0 беріңіз

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
5(a)	$(1+4x)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot 4x + \dots$	B1	Қысқартылған немесе қысқартылмаған алғашқы екі мүше
	$(1+4x)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot 4x + \frac{3}{8} \cdot 16x^2 - \frac{5}{16} \cdot 64x^3 + \dots$	M1	Кемінде x^2 немесе x^3 мүшелерінің біреуін дұрыс тәсілмен тапқаны үшін беріңіз
	$1 - 2x + 6x^2 - 20x^3$	A1	
		[3]	
5(b)	$x = 0,005$ немесе $\frac{1}{200}$	B1	
	$1 - 2 \cdot 0.005 + 6 \cdot 0.005^2 - 20 \cdot 0.005^3$	M1	
	≈ 0.9901	A1	
		[3]	
6	$P(1) = 3$ және осыдан $(1 - 3 + 2) \cdot Q(1) + a + b = 3$	M1	Безу теоремасын немесе басқа әдіс қолданып және бір дұрыс (қысқартылмаған) теңдеу алады За использование теоремы Безу или другие методы и получено одно верное (неупрощенное) равенство
	$P(2) = 5$ және осыдан $(4 - 6 + 2) \cdot Q(2) + 2a + b = 5$	A1	Екінші теңдік алады
	$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$	M1	a және b табуға тырысқаны үшін
	$a = 2, b = 1$	A1	
	$2x + 1$	A1	
		[5]	

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
7	$x^2 + 1 = -x^2 - 2x + 5$ Шектері -2 және 1 $\int_{-2}^1 (-x^2 - 2x + 5 - x^2 - 1) dx$ $-\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 4x$ $-\frac{2}{3} - 1 + 4 - \left(\frac{16}{3} - 4 - 8\right)$ 9	M1 A1 M1 A1 M1 A1 [6]	Немесе жекелеген интегралдарды эквивалент пайдалану Өзінің интегралдау шектерін өзінің алғашқы функциясына дұрыс қолданғаны үшін.
8 (a)	$\begin{vmatrix} i & j & k \\ m & m & -2 \\ -1 & 2 & m \end{vmatrix}$ $= \begin{vmatrix} m & -2 \\ 2 & m \end{vmatrix} \mathbf{i} - \begin{vmatrix} m & -2 \\ -1 & m \end{vmatrix} \mathbf{j} + \begin{vmatrix} m & m \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \mathbf{k} =$ $= (m^2 + 4)\mathbf{i} - (m^2 - 2)\mathbf{j} + 3m \cdot \mathbf{k}$	M1 A2 [3]	Дұрыс анықтауыш және кемінде бір қосылғышқа дұрыс процесс қолданады немесе екі қосылғышқа, егер үшбұрыш ережесін қолданса A1 кез келген үш қосылғыштың екеуі дұрыс болса
8 (b)	$S = \sqrt{8^2 + 2^2 + 9 \cdot 2^2}$ $2\sqrt{26}$ немесе $\sqrt{104}$	M1 A1 [2]	Егер кандидат бірінші бұрышты тауып кейін $ab \sin \varphi$ формуласын қолданса бұл балл барлық жұмысына беріледі, соның ішінде OA және OB ұзындығын тапқаны үшін.
8 (c)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ $\cos \varphi = \frac{\text{өзінің } (-2)}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2}}$ $\varphi = 101,1^\circ$	B1 M1 A1 [3]	$ab \sin \varphi$ қолданып бұрышты тапса M1 Тек осы жауапты қабылдаңыз Ескерту: Бұл бөліктің шешімі (b) бөлімінде болуы мүмкін

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
9(a)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2-x(2x)}{(1+x^2)^2}$	M1	Бөліндінің туындысын қолданады Көбейтіндінің туындысын қолдануды рұқсат етіңіз (- / +) таңбасында қателікке рұқсат беріңіз
	$= \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$	A1	Дұрыс ықшамдалған
	$\frac{dy}{dx} = 0, \quad 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 1$	M1	Өзінің туындысын нөлге теңеп x мәнін табуға тырысады
	$(-1; -0,5), (1; 0,5)$	A1	
		[4]	
9(b)	Өзінің аралығында $(-\infty; -1), (-1; 1), (1; +\infty)$ туынды таңбасын табады	M1	Екінші ретті туынды немесе сындық нүктелер жанында u мәнін / мәндерін қолдануды немесе функция графигін қолдануды рұқсат етіңіз
	$x = -1$ минимум нүктесі	A1	
	$x = 1$ максимум нүктесі	A1	
		[3]	
10(a)	$\sin(\theta + 2\theta) = \sin \theta \cos 2\theta + \cos \theta \sin 2\theta$	B1	Қосынды формуласын қолданады, $\sin(2\theta + \theta)$ қабылданады
	$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta, \quad \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$	M1	Екі еселі аргумен формуласын қолданады
	$\sin 3\theta = 3 \sin \theta \cos^2 \theta - \sin^3 \theta =$ $3 \sin \theta (1 - \sin^2 \theta) - \sin^3 \theta$	M1	$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ қолданады
	$= 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta.$	A1	Жауап берілген
		[4]	

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
10(b)	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} 4 \sin^3 \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (3 \sin \theta - \sin 3\theta) d\theta =$ $= -3 \cos \theta + \frac{1}{3} \cos 3\theta$	B2	Интегралдың бір дұрыс өрнегі үшін B1
			Альтернатив шешім: $-4 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos^2 \theta) d(\cos \theta)$, үшін B1 Дұрыс интегралдағаны үшін B1
	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta =$	M1	Екі еселі аргумен формуласын қолданады
	$3 \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right)$	A1	
	$-3 \cos \frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \cos \pi + 3 \cos 0 - \frac{1}{3} \cos 0 \text{ и}$ $3 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{3} \right) - 3 \left(0 - \frac{1}{2} \sin 0 \right)$	M1	Өзінің интегралына интегралдау шегін дұрыс қолданады
	$-3 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times (-1) + 3 \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 \text{ и}$ $3 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 3 \times 0$	A1	8 қосындының кез келген дұрыс 4-і үшін қойыңыз
	$\frac{5}{6} + \pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$	A1	
		[7]	

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
11	$y' = k \cdot \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} (4-x^2)',$ $-\frac{x}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4-x^2}} \text{ немесе эквивалент}$ $y'(-1) = -\frac{-1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4-(-1)^2}}$ Нормаль градиенті $= -3$ $y - 1 = \text{өзінің } (-3)(x + 1)$ $3x + y + 2 = 0$	M1 A1 A1 ft M1 M1 A1 [6]	Күрделі функцияның туындысын табу ережесін қолданады $-\frac{-1}{\frac{1}{\text{өзінің } 3}}$ үшін Түзу теңдеуін табудың толық әдісі Кезкелген эквивалентті ықшамдалған түрде
12(a)	$\begin{cases} -1 + 2\lambda = -4 - \mu \\ -6 - 3\lambda = 6 + 3\mu \\ 3 - 4\lambda = 9 + 2\mu \end{cases}$ $3\mu = -3\lambda - 12 \text{ немесе } \mu = -\lambda - 4 \text{ және } -1 + 2\lambda = -4 - (-\lambda - 4)$ $\lambda = 1 \text{ және } \mu = -5$ $3 - 4 \times 1 = 9 + 2 \times (-5)$ $x = -1 + 2 \times 1, y = -6 - 3 \times 1, z = 3 - 4 \times 1$ $x = 1, y = -9, z = -1$	M1 M1 A1 A1 M1 A1 [6]	Бір таңбада қателікке рұқсат етіңіз Бір айнымалыны екіншісі арқылы өрнектегені үшін Үшінші теңдеуде λ және μ мәндерін тексереді

Сұрақ	Жауап	Балл	Қосымша нұсқаулық
12 (b)	$\begin{vmatrix} x+1 & 2 & -1 \\ y+6 & -3 & 3 \\ z-3 & -4 & 2 \end{vmatrix} \text{ немесе } \begin{vmatrix} x+4 & 2 & -1 \\ y-6 & -3 & 3 \\ z-9 & -4 & 2 \end{vmatrix}$ $\text{немесе } \begin{vmatrix} x-1 & 2 & -1 \\ y+9 & -3 & 3 \\ z+1 & -4 & 2 \end{vmatrix}$ $6(x+1) - 0(y+6) + 3(z-3) = 0$ немесе $6(x+4) - 0(y-6) + 3(z-9) = 0$ немесе $6(x-1) - 0(y+9) + 3(z+1) = 0$ $6x + 0y + 3z - 3 = 0$ немесе эквивалент	M1 A1 A1	Альтернатив шешімдерді қабылдаңыз, мысалы, теңдеулер жүйесін құру
	Альтернативті шешім $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & -4 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 6\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ $6(x-1) - 0(y+9) + 3(z+1) = 0$ $6x + 0y + 3z - 3 = 0$ немесе эквивалент	M1 A1 A1 [3]	
13(a)	$\int_0^a \pi y^2 dx = \pi \int_0^a (1 + 2e^x)^2 dx =$ $\pi \int_0^a (1 + 4e^x + 4e^{2x}) dx$ $= \pi \left[x + 4e^x + ke^{2x} \right]_0^a$ $= \pi \left[\left(a + 4e^a + 2e^{2a} \right) - (4 + 2) \right]$ $= \pi \left(a + 4e^a + 2e^{2a} - 6 \right)$	M1 A1 M1 M1 A1 [5]	Көлем үшін дұрыс тәсіл, интегралдау шектері мен π – сыз қабылдаңыз Өзінің интеграл ішіндегі өрнегін интегралдау 0 және a шектерін дұрыс қолданады Жауабы сұрақта берілген
13(b)	$\frac{da}{dt} = 0,5$	B1	

	$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{da} \times \frac{da}{dt}$	M1	
	$\frac{dV}{da} = \pi(1 + 4e^a + 4e^{2a})$	A1	$\frac{dV}{da}$ туындысын дұрыс есептегені үшін
	$\frac{1}{2} \pi(1 + 2e)^2$ немесе эквивалент	A1	65,1 қабылда
		[4]	

ТАЗА БЕТ

