



АОО «Назарбаев Зияткерлік мектептері»
Cambridge International Examinations

МАТЕМАТИКА

12 сынып

Емтихан жұмысы 2

Мамыр 2023

БАЛЛ ҚОЮ КЕСТЕСІ

Максимум балл: 90

12MATHK/02

NIS_G12_MATH_02_MS_3RP_FINAL_180523

Бұл құжат **11** басылған және **1** таза беттен тұрады.

Қойылатын балдар

- Сұрақтың әр бөлігіне қойылатын балл саны емтихан парағының оң жағында орналасқан «Емтихан алушыға» деген бағанға балл қою схемасында көрсетілген түсініктемелерді қолдану арқылы жазылуы тиіс, мысалы, M1 A1.
- Жарты балл қойылуы мүмкін емес.
- Егер сұрақта үміткерден нақты бір тәсілді пайдалануға нұсқау берілген болса, онда сол тәсіл пайдаланылуы керек.
- Басқа сұрақтарда кез келген орынды альтернативті тәсілді пайдалану қолайлы болады, және үміткерлер өз шешімінің салыстырмалы кезеңіне қол жеткізсе эквивалентті балдары берілуі қажет.
- Берілген шешімнің шығу жолын көрсетуді талап ететін сұрақтарды бағалағанда аса мұқияттылық керек, себебі үміткер шыққан нәтижені толығымен негіздеуі керек.
- Егер сұрақтың дәл шешімін табу керек болса, үміткер есептеу барысында нақты мәндерді қолдануы тиіс.
- Қабылдауға жарамды жауапқа қол жеткізілсе, кез келген кейінгі жұмыс еленбейді

Түсініктемелер мен қысқартулар

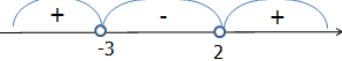
M (method) Балл дұрыс тәсілді қолданғаны үшін беріледі, есептеу кезіндегі қателер үшін балл шегерілуі мүмкін емес.

A (accurate) Балл дәл келтірілген жауап үшін беріледі және алдыңғы M балына тәуелді болады. Сондықтан, M0 A1 деген балл берілуі мүмкін емес.

B Алдыңғы M балына тәуелді емес және соңғы дұрыс жауап немесе шешімнің дұрыс аралық кезеңі үшін беріледі.

DM немесе **DB** (немесе der*) Нақты M немесе B балы балл қою кестесіндегі алдыңғы M немесе B (*) балына тәуелді екенін көрсету үшін пайдаланылады.

Егер балл қою кестесінде **ft** (follow through) көрсетілген болса, үміткердің алдыңғы жауабының дұрыс немесе бұрыстығына қарамастан, сол жауаптан дұрыс жалғасатын жұмыс үшін балл берілуі мүмкін.

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
1	$\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+2x-2}$ немесе $\left(\frac{1}{2}\right)^{2(x^2+2x)-4}$ немесе $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+8}$ немесе $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+4}$ немесе $2^{-2(x^2+2x)+4}$ немесе 2^{-2x-8} $\left(\frac{1}{2}\right)^{2(x^2+2x-2)} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+8}$ немесе $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+2x-2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x+4}$ немесе $2^{-2(x^2+2x)+4} > 2^{-2x-8}$ немесе эквивалент $x^2 + 2x - 2 < x + 4$ немесе эквивалент $(x + 3)(x - 2) < 0$  $(-3; 2)$	M1 A1 A1 M1 A1 [5]	Бір негізге келтіру әрекеті Теңсіздіктің екі бөлігінің негізі бірдей Осы және келесі ұпайды екі кризистік мәнді табу үшін сәйкес теңдеуді шешуі үшін беріңіз Өзінің квадрат теңсіздігін шешудің әдісі
2(a)	$\frac{1}{20} + \frac{k-2}{10} + \frac{k}{20} + \frac{1}{5} + \frac{2k-1}{20} = 1$ $k = 4$	M1 A1 [2]	
2(b)	$\frac{1}{20} + 2 \cdot \frac{2}{10} + 3 \cdot \frac{4}{20} + 4 \cdot \frac{1}{5} + 5 \cdot \frac{7}{20}$ 3,6	M1 A1 [2]	Өзінің k мәнімен $M(X)$ есептеу формуласын қолдану
2(c)	$\frac{1}{20} + 4 \cdot \frac{2}{10} + 9 \cdot \frac{4}{20} + 16 \cdot \frac{1}{5} + 25 \cdot \frac{7}{20}$ $\frac{1}{20} + 4 \cdot \frac{2}{10} + 9 \cdot \frac{4}{20} + 16 \cdot \frac{1}{5} + 25 \cdot \frac{7}{20} - 3,6^2$ $= 1,64$ или $\frac{41}{25}$ $D(20X - 1) = 20^2 \cdot D(X) = 656$	M1 M1 A1 B1 ft [4]	Өзінің k мәнімен $M(X^2)$ табу Өзінің $M(X)$ мәні үшін дисперсияны есептеу формуласын дұрыс қолданады ft өзінің $D(X)$ -нан

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
3	$y = tx \Rightarrow y' = t + xt'$ $x^3(t + xt') - x^3t = 1$ $t' = \frac{1}{x^4}$ $t = -\frac{1}{3x^3} + C \quad y = -\frac{1}{3x^2} + Cx$ $y = -\frac{1}{3x^2} + Cx, 1 = -\frac{1}{3} + C \Rightarrow C = \frac{4}{3}$ $y = -\frac{1}{3x^2} + \frac{4}{3}x$	M1 M1 A1 A1 M1 A1	Алмастыру әдісін қолдануы $y(1) = 1$ -ті <i>өзінің</i> теңдеуіне қойып, C табады
	Альтернативті шешім $y = u \cdot v \Rightarrow y' = u'v + uv'$ $u'v + uv' - \frac{uv}{x} = \frac{1}{x^3}$ немесе $u'v + u\left(v' - \frac{v}{x}\right) = \frac{1}{x^3}$ $\begin{cases} v' - \frac{1}{x}v = 0, \\ u'v = \frac{1}{x^3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \ln v = \ln x (C=0), \\ u' = \frac{1}{v} \cdot \frac{1}{x^3}; \end{cases}$ $\begin{cases} v = x (C=0), \\ \frac{du}{dx} = \frac{1}{x^4}; \end{cases} \quad \begin{cases} v = x (C=0), \\ u = -\frac{1}{3x^3} + C; \end{cases}$ $y = \left(-\frac{1}{3x^3} + C\right) \cdot x,$ $1 = \left(-\frac{1}{3} + C\right) \cdot x \Rightarrow C = \frac{4}{3}$ $y = \left(-\frac{1}{3x^3} + \frac{4}{3}\right) \cdot x = -\frac{1}{3x^2} + \frac{4}{3}x$	M1 M1 A1 A1 M1 A1	Алмастыру әдісін қолданады Теңдеулер жүйесін құрып, интегралды табады $y(1) = 1$ -ті <i>өзінің</i> теңдеуіне қойып, C табады

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
	Альтернативті шешім $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^3}$ $P(x) = -\frac{1}{x}, Q(x) = \frac{1}{x^3}, IF = e^{\int P(x)dx}$ $IF = e^{-\int \frac{1}{x}dx} = \frac{1}{x} (C = 0)$ $y \cdot \frac{1}{x} = \int \frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{x} dx$ $y \cdot \frac{1}{x} = \int \frac{1}{x^4} dx$ $y \cdot \frac{1}{x} = -\frac{1}{3x^3} + C, y = \left(-\frac{1}{3x^3} + C\right) \cdot x$ $1 = \left(-\frac{1}{3} + C\right) \cdot 1 \Rightarrow C = \frac{4}{3}$ $y = \left(-\frac{1}{3x^3} + \frac{4}{3}\right) \cdot x = -\frac{1}{3x^2} + \frac{4}{3}x$	M1 M1 DM1 A1 M1 A1 [6]	Өзінің IF дұрыс қолдану $y(1) = 1$-ті өзінің теңдеуіне қойып, C табады
4	$x_0 = 4.5$ $x_1 = \frac{3}{4.5^2} + 4 = 4.14815$ $x_2 = \frac{3}{4.14815^2} + 4 = 4.17435$ $x_3 = \frac{3}{4.17435^2} + 4 = 4.17216$ $x_4 = \frac{3}{4.17216^2} + 4 = 4.17235$ 4,172 жауабын алу үшін 5 ондық үлеске дейінгі дәлдікпен жеткілікті итерациялар санын көрсетеді немесе (4,1715; 4,1725) интервалында таңбаның өзгеруін көрсетеді 4,172 жауабын алады	M1 A1 A1 [3]	Итерация формуласын кем дегенде бір рет дұрыс қолданады Тізбекті 4,5-тен басқа мәннен бастауға рұқсат беріңіз Итерацияларды табудың тиімді әдісін қабылдаңыз, яғни insert 4.5, enter, insert $\frac{3}{ANS^2} + 4$, enter, enter,

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
5(a)	$4 \cos x = (A + B) \cos x + (A - B) \sin x$ $A + B = 4,$ $A - B = 0$ $A = 2, B = 2$	M1 M1 A1 [3]	
5(b)	$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{2(\cos x + \sin x) + 2(\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} dx$ $2 \int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} dx + 2 \int dx$ $2 \int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} dx = 2 \int \frac{-1}{t} dt = -2 \ln t $ $-2 \ln \cos x - \sin x $ $2 \int dx = 2x$ $-2 \left(\ln \cos \pi - \sin \pi - \ln \left \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right \right) +$ $+ 2 \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right)$ $= 2 \ln \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{4\pi}{3}$	M1 M1 M1 A1 B1 M1 A1 [7]	Өзінің A, B мәндерін қолданады Қосынды түрінде көрсетеді Дұрыс интегралдау әдісі Шектердің болмауына мән бермеңіз Модульдің болмауына мән бермеңіз. Шектерді дұрыс қояды Немесе дәл эквивалент

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
6(a)	$l: \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ немесе}$ $\mathbf{r} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k} + \lambda(\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + \mathbf{k})$	B1 [1]	
6(b)	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + \lambda \\ -1 - 4\lambda \\ 2 + \lambda \end{pmatrix}$ $3 + \lambda - 4(-1 - 4\lambda) + 2 + \lambda + 27 = 0$ $\lambda = -2$ $(1, 7, 0)$	M1 M1 A1 A1 [4]	$\begin{pmatrix} 3 + \lambda \\ -1 - 4\lambda \\ 2 + \lambda \end{pmatrix} \text{ алу әдісі}$ Көрінеді немесе тұспалданады Нүктенің радиус векторын қабылдаңыз
6(c)	$\frac{ 3 - 4 \cdot (-1) + 2 + 27 }{\sqrt{1 + 16 + 1}} = 6\sqrt{2} \text{ немесе}$ $\sqrt{(3-1)^2 + (-1-7)^2 + (2-0)^2} = 6\sqrt{2}$	B1 [1]	Ізделінді қашықтықты табудың альтернативті әдісін қабылдаңыз

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
7(a)	$8 - 48\sqrt{2}i - 192 + 128\sqrt{2}i +$ $+ 2a - 4\sqrt{2}ia + b = 0$	M1	Түбірді көпмүшеге қойып ықшамдау әрекеті
	$\begin{cases} -184 + 2a + b = 0, \\ 80\sqrt{2} - 4\sqrt{2}a = 0 \end{cases}$	M1	Нақты және жорамал бөліктерді 0-ге теңестіреді
	$a = 20$	A1	
	$b = 144$	A1	
	Альтернативті әдіс $(z - 2 + 4\sqrt{2}i)(z - 2 - 4\sqrt{2}i)$	M1	Түйіндес санды қолданады және квадрат көбейткішті табады
	$z^2 - 4z + 36$	A1	
	Бұрыштап бөлуді орындайды $\Rightarrow z + k$ бөліндісін алады	M1	
	$a = 20, b = 144$	A1	
		[4]	
7(b)	$2 + 4\sqrt{2}i$	B1	
	-4	B1	
		[2]	
7(c)	$(2 - \sqrt{2}i)^2 = 4 - 4\sqrt{2}i - 2 = 2 - 4\sqrt{2}i$	M1	
	= (a) бөліміндегі санның квадрат түбірі, ендеше $p(z^2) = 0$ теңдеуінің түбірі	A1	Нәтижені дұрыс негіздейді
	$2 + \sqrt{2}i$ түбірі болады	B1	Түйіндес сан түбір болады
	$-2 \pm \sqrt{2}i$	B1	Теріс таңбамен алынған сандар түбірі болады
	$\pm 2i$	B1	
		[5]	

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
8(a)	$x = \frac{4}{3}$	B1 [1]	
8(b)	$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{10}(3x - 4)$ немесе эквивалент $(4; 3,2)$ нүктесіндегі градиент $= \frac{12}{5} = 2,4$ $y = 3,2 + \theta\text{інін } 2,4(x - 4)$ $2,4x - 6,4 = 0$ немесе $2,4(4 - x) = 3,2$ $R\left(\frac{8}{3}, 0\right)$	M1 A1 M1 A1 A1 [5]	Дәрежелік функцияның туындысын табады Жанаманың теңдеуін жазудың толық әдісі немесе $\theta\text{інін}$ градиентін $\frac{3,2}{4 - x}$ - ке теңестіру Немесе эквивалент
8(c)	$\int \frac{1}{20}(3x - 4)^2 dx = k(3x - 4)^3$ немесе $3x^3 - 12x^2 + 16x$ [егер үміткер $(3x - 4)^2$ жіктесе] Түзу астындағы аудан = $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,2 = \frac{32}{15}$ Боялған аудан $= \left[k(3x - 4)^3 \right]_{\frac{4}{3}}^4 - \theta\text{інін } \frac{32}{15}$ $k \left(\left(3 \cdot 4 - 4 \right)^3 - \left(3 \cdot \frac{4}{3} - 4 \right)^3 \right) - \theta\text{інін } \frac{32}{15}$ $\frac{32}{45}$	B1 B1 M1 M1 A1 [5]	Қисық астындағы аудан үшін өрнек Үміткер $(3x - 4)^2$ ашқан жағдайда коэффициентте немесе таңбада қате жіберуге рұқсат етіңіз Түзу астындағы аудан үшін $\int (2,4x - 6,4) dx = 1,2x^2 - 6,4x$ өрнегін қабылдаңыз Екі ауданның айырмасын қарастырады $\theta\text{інін}$ өрнегіне дұрыс шектерді дұрыс қояды

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
9(a)	$\frac{dy}{dx} = 4(2x-1)^3 \cdot 2 \cdot e^{2x} + (2x-1)^4 2 \cdot e^{2x}$ $= 2 \cdot e^{2x} \cdot (2x-1)^3 (3+2x)$ $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow (2x-1)^3 = 0, (3+2x)=0$ $x = 0.5, x = -1.5$	M1 A1 M1 A1 [4]	Көбейтіндінің туындысын қолдану Немесе альтернативті ықшамдалған өрнек үшін Өзінің туындысын 0-ге теңестіреді және x -ті табу әрекеті
9(b)	Туындының таңбасын <i>өзінің</i> аралықтарында анықтайды $(-\infty; -1,5), (-1,5; 0,5), (0,5; +\infty)$ $x = -1,5$ максимум нүктесі болады $x = 0,5$ минимум нүктесі болады	M1 A1 A1 [3]	Екінші ретті туындыны қолдану әдісін қабылдаңыз
10(a)	3 “М” бірге: $\frac{5!}{2!}$ 3 “М” мен 2 “И” бірге: $4!$ $\frac{5!}{2!} - 4! = 36$	M1 M1 A1 [3]	
10(b)	C_7^4 немесе $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$ $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}{C_7^4}$ $p = \frac{6}{35}$ немесе дұрыс қысқартылмаған эквивалент	M1 M1 A1	0,171 қабылдаңыз
	Альтернативті шешім $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}$ немесе $4!$ $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 4!$ $p = \frac{6}{35}$ немесе дұрыс қысқартылмаған эквивалент	M1 M1 A1 [3]	

Сұрақ	Жауабы	Балл	Қосымша нұсқаулық
11(a)	$R = \sqrt{3}$ $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$ $f(x) = 1,73 \sin(x - 54,7^\circ)$	B1 M1 A1 [3]	α мәнін есептеу үшін тригонометриялық функцияларды дұрыс қолданады
11(b)	$\arcsin \frac{0,5}{1,73} = 16,8^\circ$ $x - 54,7^\circ = (-1)^k 16,8^\circ + 180^\circ k$ $x = 71,5^\circ$ $x = 217,9^\circ$ немесе $218,0^\circ$	B1 M1 A1 A1 [4]	Көрінеді немесе тұспалданады $x - \text{өзінің } 54,7 = \text{өзінің } 16,8$ шешеді
11(c)	$\sin(x - 54,7^\circ) = 1$ $x = 144,7^\circ$	M1 A1 [2]	Альтернативті әдістерді қабылдаңыз, мысалы, туынды арқылы, график салу арқылы,
12a	$AB = AC = 4\sqrt{2}$ $\angle BOC = 60^\circ \Rightarrow \Delta BOC - \text{тең қабырғалы}$ $\Rightarrow BC = 4$ Үшбұрыш биіктігі $= 2\sqrt{7}$ $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot (\text{өзінің}) 4 \cdot (\text{өзінің}) 2\sqrt{7} =$ $4\sqrt{7} \text{ (м}^2\text{)}$	B1 B1 B1 M1 A1 [5]	Альтернативті әдіс, $p = 4\sqrt{2} + 2$ Немесе $\sqrt{(4\sqrt{2} + 2) \cdot 2 \cdot 2 \cdot (4\sqrt{2} - 2)}$
12b	$S = \pi \cdot 4 \cdot \text{өзінің } 4\sqrt{2} =$ $16\sqrt{2}\pi \text{ (м}^2\text{)}$	M1 A1 [2]	
12c	$V = \pi \cdot 4^2 \cdot 4 = 64\pi \text{ (м}^3\text{)}$	B1 [1]	

12
ТАЗА БЕТ